

João Roberto Gabbardo para



INSTRUCCIONES PARA EL USO DE LA REGLA DE CALCULO

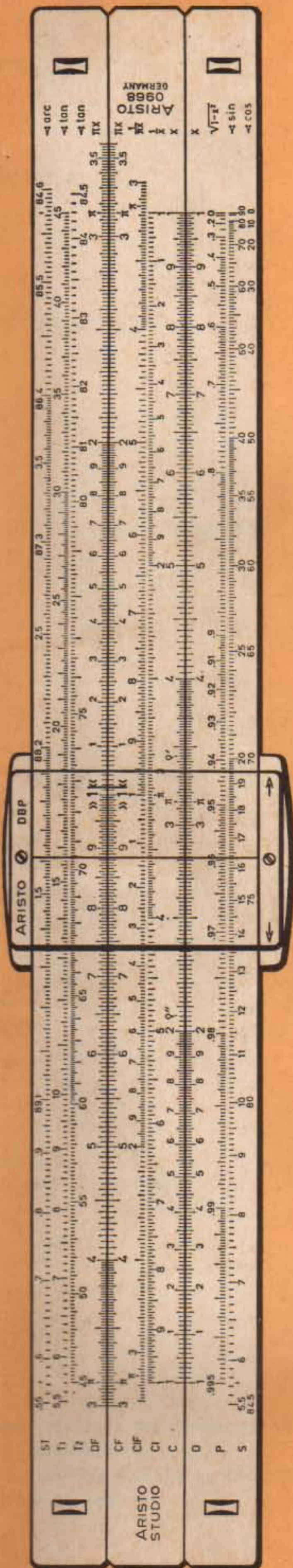
ARISTO

STUDIO

868 · 0968 · 01068

Escala de números normales 1963

S



Reservados todos derechos, especialmente la traducción a idiomas extranjeros.

Prohibida la reproducción total o parcial.

© 1963 by ARISTO-WERKE · DENNERT & PAPE KG · HAMBURG · IA/SLS/RE

Impreso en Alemania por Borek KG · 7721

INDICE

1. Generalidades	4
1.1 Manejo de la regla de cálculo	4
1.2 Reseña de propiedad	4
1.3 Tratamiento de las reglas de cálculo ARISTO	4
1.4 Soportes nº 770 para reglas de cálculo	5
1.5 Representación gráfica de los ejemplos	5
2. Disposición de las escalas	6
3. Lectura de las escalas	8
4. Lectura de las escalas en las reglas de cálculo de bolsillo	9
5. Cálculo de tanteo	9
6. Fundamento del cálculo	10
7. Multiplicación	11
8. División	11
9. Las escalas desplazadas CF y DF	11
9.1 Cálculo de tablas sin «corrimiento» de la reglilla	12
9.2 Lectura directa de multiplicaciones y divisiones por el número π ..	12
10. Multiplicación y división combinadas	13
11. Las escalas recíprocas CI y CIF	13
12. Proporciones	15
13. Las escalas A, B, y K	15
13.1 El cálculo con las escalas de cuadrados A y B	16
14. Escala pitagórica P	16
15. Funciones trigonométricas	17
15.1 Escala de senos S	17
15.2 Escala de tangentes T1 y T2	18
15.3 Escala ST	18
15.4 Conversión grados \longleftrightarrow radianes	20
15.5 Las marcas ρ' y ρ''	20
15.6 ARISTO-Studio 4009	21
16. Cálculo trigonométrico de triángulos planos	22
16.1 Números complejos	24
17. Escalas exponenciales LL1—LL3 y LL01—LL03	25
17.1 Potencias y raíces de exponente 10 y 100	25
17.2 Potencias $y = a^x$	25
17.3 Casos particulares de $y = a^x$	27
17.4 Potencias $y = e^x$	28
17.5 Raíces	29
17.6 Logaritmos	29
18. Otras aplicaciones de las escalas exponenciales	31
18.1 Cálculo de proporciones con las escalas exponenciales	31
18.2 Funciones hiperbólicas	33
19. El cursor y sus marcas	33
19.1 La marca 36	33
19.2 Superficies circulares, peso de barras de acero dulce	34
19.3 Las marcas kW y PS (CV)	34
19.4 Desmontaje del cursor	34
19.5 Ajuste del cursor	35
20. Escala de números normales 1363	35
20.1 Disposición de la escala NZ	35
20.2 Finalidad de la escala NZ	35
20.3 Escalas logarítmicas	36
20.4 Factores de conversión para unidades no métricas	36

1. Generalidades

Esta instrucción de manejo trata de las escalas de la regla de cálculo, de su alcance y de su campo de aplicación. Se explica cómo se calcula con las escalas y que relaciones existen entre ellas. Para cada escala se presentan ejemplos para aclarar el principio en que se basa. Al igual que en un formulario se indica lo más importante.

¡Para el cálculo con la regla es necesaria la práctica! Para ejemplos y extensas explicaciones recomendamos los libros:

Hassenpflug: Der Rechenstab ARISTO-Studio

Stender/Schuchardt: Der moderne Rechenstab

1.1 Manejo de la regla de cálculo

Para el cálculo lo más cómodo es tener la regla de cálculo en la mano y en tal posición con respecto a la luz, que la raya del cursor no dé ninguna sombra. La colocación más exacta de la reglilla se consigue mediante presión y contrapresión. Con una de las manos se coge la parte sobresaliente de la reglilla, muy cerca del cuerpo de la regla de cálculo, con el dedo pulgar y el índice, de forma que moviendo los dedos a la vez que se apoyan sobre el cuerpo de la regla sea posible tirar y empujar. Con la otra mano se coge el listoncillo superior de la regla de cálculo, de forma que con la punta del dedo pulgar pueda efectuarse una contrapresión sobre el final de la reglilla.

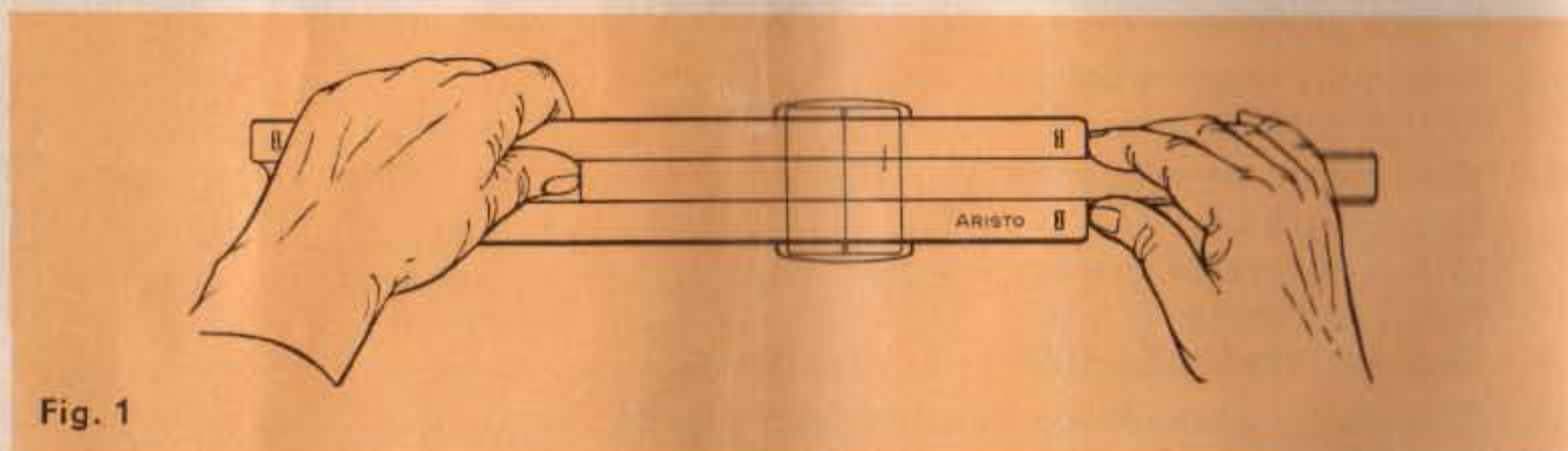


Fig. 1

La colocación del cursor puede efectuarse con una mano, pero se consigue de una manera más rápida y exacta con los dedos pulgar e índice de ambas manos. Para que el cursor no se ladee y la raya del cursor sea llevada siempre verticalmente a las divisiones, debe de apretarse ligeramente el canto guía del cursor, que se encuentra enfrente del muelle del cursor, contra el canto de la regla.

1.2 Reseña de propiedad

En el estuche se encuentra debajo de la escala de números normales ARISTO 1364 un suplemento transparente, que sirve de alojamiento a la escala de números normales. La tarjetita que se encuentra debajo puede sacarse doblando la tira transparente y en ella puede escribirse el nombre.

1.3 Tratamiento de las reglas de cálculo ARISTO

La regla de cálculo es un valioso medio auxiliar de cálculo y necesita un tratamiento cuidadoso. Las escalas y el cursor deben de protegerse de la suciedad y de los arañazos, para que no sufra la exactitud de la lectura.

Se recomienda limpiar la regla de vez en cuando con el producto especial de limpieza DEPAROL y después pulirla en seco. En ningún caso deben de emplearse productos químicos, ya que éstos pueden destruir las divisiones.

Debe de protegerse la regla de las gomas de borrar plásticas y de sus residuos, ya que éstos pueden dañar la superficie del ARISTOPAL. Además debe de evitarse su colocación en lugares calientes, como p. ej. sobre radiadores de calefacción o a pleno sol, ya que a temperaturas superiores a 60°C pueden presentarse deformaciones. Para reglas de cálculo con tales daños no habrá recambio bajo garantía.

1.4 Soportes nº 770 para reglas de cálculo (sólo para 0968)

Los soportes nº 770 para reglas de cálculo que se suministran con la ARISTO-Studio 0968 se encajan lateralmente sobre la regla de cálculo y dan a ambas caras una posición más elevada e inclinada, es decir, más favorable para su lectura sobre el escritorio. De esta forma son fácilmente abarcables las escalas, cuando p. ej. la regla de cálculo se encuentra sobre la mesa para el cálculo de tablas. La posición elevada permite sobre todo el libre movimiento de cursores con lupa.

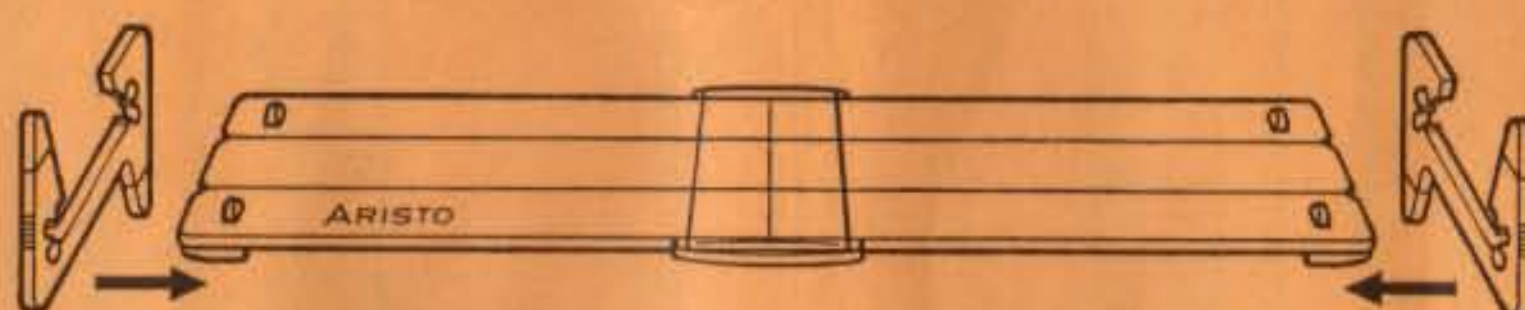


Fig. 2

Al encajar lateralmente los soportes de la regla de cálculo se gira la ARISTO-Studio de forma que la cara de los ángulos esté hacia arriba. Los soportes se empujan entonces de tal forma sobre los puentes de unión de la regla de cálculo, que pueda verse el estriado, y los resaltes del soporte puedan encajar en las ranuras de los puentes de unión.

1.5 Representación gráfica de los ejemplos

A continuación se usa una representación abreviada de los ejemplos, que nos muestra mejor el camino seguido para hallar la solución y el orden de las colocaciones, que la representación convencional de la regla de cálculo. Las escalas vienen representadas por líneas paralelas en cuyos extremos se halla su denominación abreviada. Los siguientes símbolos facilitan la lectura de las figuras:

Posición inicial

Posición intermedia

Resultado final

Posición o lectura de un resultado intermedio

Dar la vuelta a la regla de cálculo

Las flechas indican la sucesión de operaciones y la dirección del movimiento

Una raya vertical representa el cursor.

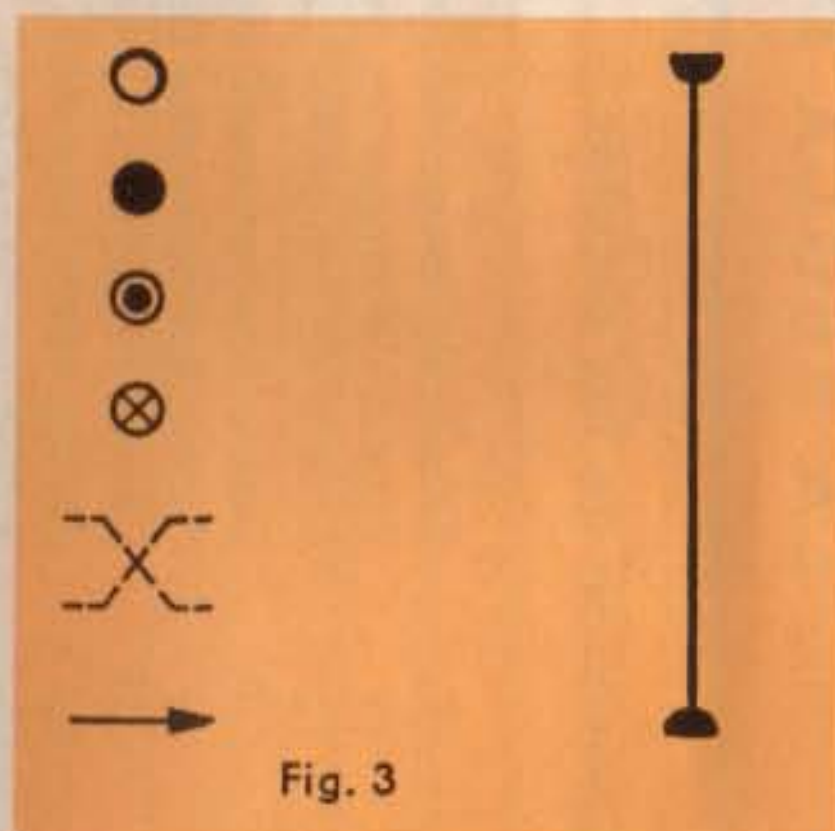


Fig. 3

LA REGLA DE CALCULO ARISTO-STUDIO

La ARISTO-Studio es una regla de cálculo universal con escalas exponenciales para científicos, ingenieros y estudiantes.

2. Disposición de las escalas

Cara angular

- ST Escala de tangentes, senos y arcos para ángulos desde 0,55° hasta 6°
- T1 Escala de tangentes para ángulos desde 5,5° hasta 45°
- T2 Escala de tangentes para ángulos desde 45° hasta 84,5°
- DF Escala fundamental desplazada por π
- CF Escala fundamental desplazada por π
- CIF Escala recíproca de CF
- CI Escala recíproca de C
- C Escala fundamental
- D Escala fundamental
- P Escala pitagórica
- S Escala de senos de 5,5° a 90°

en sentido inverso marcado en rojo de 0° a 84,5° como escala de cosenos

- πx
- πx
- $1/\pi x$
- $1/x$
- x
- x
- $\sqrt{1-x^2}$
- \sqrt{x} sin
- \sqrt{x} cos

en el cuerpo

en la regilla

en el cuerpo

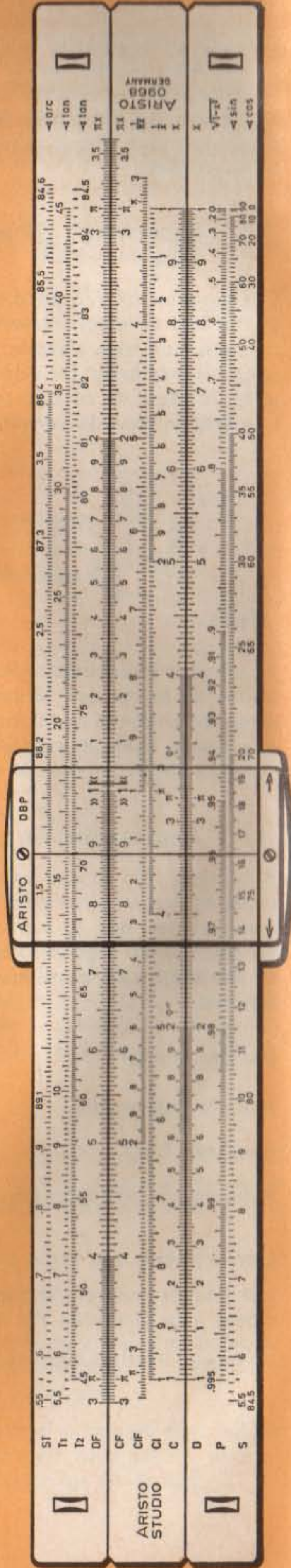


Fig. 4 Cara angular

Cara exponencial

LL01	Escala exponencial,
LL02	
LL03	
A	Escala de cuadrados
B	Escala de cuadrados
L	Escala de mantisas
K	Escala de cubos
C	Escala fundamental
D	Escala fundamental
LL3	Escala exponencial,
LL2	
LL1	

alcance 0,99 — 0,9
 alcance 0,91 — 0,35
 alcance 0,4 — 10⁻⁵

alcance 2,5 — 10⁵
 alcance 1,1 — 3,0
 alcance 1,01 — 1,11

en el cuerpo

en la regilla

en el cuerpo

$e^{-0,01x}$
 $e^{-0,1x}$
 e^{-x}
 x^2
 x^2
 $\lg x$
 x^3
 x
 x
 e^x
 $e^{0,1x}$
 $e^{0,01x}$

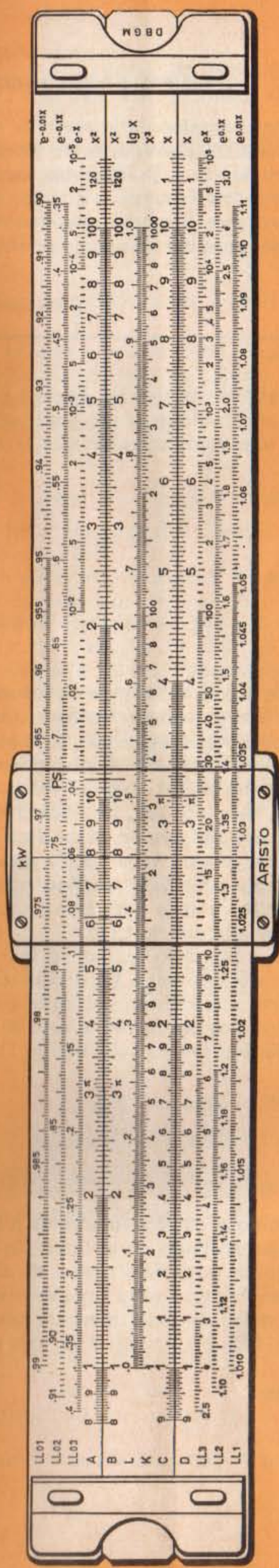


Fig. 5 Cara exponencial

3. Lectura de las escalas

Para el empleo de la regla de cálculo es esencial la lectura rápida y segura de las escalas. Las figuras 6 a 9 presentan ejemplos de lectura en las escalas fundamentales C y D, que son las más usadas. Los intervalos principales se han marcado con rayas de división largas y con números del 1 al 10 (fig. 6). El 10 está marcado en la cara de los ángulos de nuevo con el 1, ya que esta raya de división puede considerarse como principio de una nueva escala idéntica a la precedente.

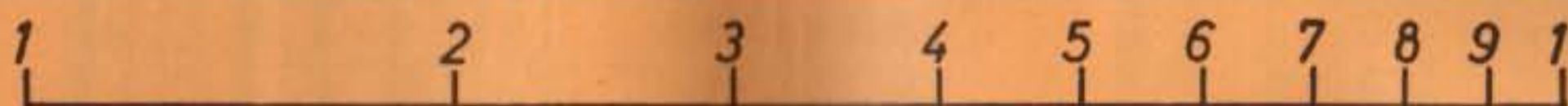


Fig. 6 Los intervalos principales

En el intervalo de las cifras 1 al 2 se asemeja la escala al cuadro de divisiones de una regla graduada milimétricamente, con la única diferencia de que aquí los intervalos entre divisiones van disminuyendo hacia la derecha.



Fig. 7 Lectura en el intervalo de 1 a 2

La cifra 2 de una regla graduada milimétricamente puede significar 2 cm, 20 mm, 0,2 dm, 0,02 m, etc.; es decir, que dejando las dimensiones a un lado aparece el 2 relacionado con las diferentes potencias de diez. De forma análoga las cifras de la escala de la regla de cálculo no dan indicación alguna del lugar de la coma. Por ello es aconsejable leer la sucesión de cifras sin coma, expresándolas individualmente, p. ej.: uno-tres-cuatro y no ciento treinta y cuatro. De esta forma no se confunden ni se olvidan cifras. Como ejercicio puede moverse lentamente la raya del cursor desde el valor 1 a la derecha y leer en cada división: 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, etc.

La raya del cursor es tan fina en relación con el ancho de los intervalos, que puede graduarse con toda seguridad el centro entre dos divisiones. Pero el ojo aprecia también pequeñas fracciones de un intervalo, de forma que con alguna práctica, puede apreciarse hasta la décima parte de un intervalo y con ello se obtiene la cuarta cifra.

Como ejercicio se mueve lentamente el cursor hacia la derecha apreciando por ejemplo entre las divisiones 1310 y 1320: 1311, 1312, 1313, 1314, 1315, etc. Entre una división marcada con una cifra y la siguiente deben de tenerse en cuenta los ceros, sobre todo al comienzo de la escala; p. ej.: 1000, 1001, 1002, 1003, etc. (véase 1007 en fig. 7).



Fig. 8 Lectura en el intervalo de 2 a 4

Debido a que los intervalos a la izquierda de la cifra 2 son ya muy pequeños, se ha grabado en el intervalo siguiente entre las cifras 2 y 4 solamente cada segunda raya de división; de ahí resulta un nuevo cuadro de división, en el que se atribuyen a cada raya valores pares: 200, 202, 204, 206, 208, 210, 212, 214 etc. La mitad de cada intervalo nos da los valores impares: 201, 203, 205, 207, 209, 211, 213, etc. La fig. 8 da algunos ejemplos de lectura.



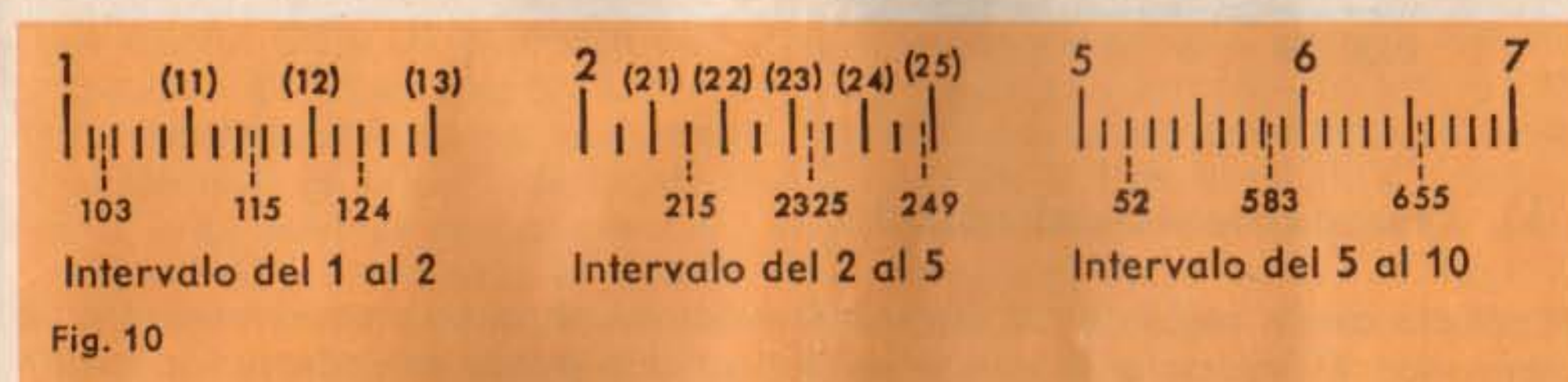
Fig. 9 Lectura en el intervalo de 4 a 10

En el intervalo de 4 a 10 las marcas son intervalos de 5 unidades, de forma que las lecturas en las sucesivas rayas divisorias son: 400, 405, 410, 415, 420, 425, 430 etc.

Los valores intermedios deben de apreciarse; en la mitad entre 400 y 405 se encuentra el valor 4025, un poco a la izquierda el valor 402, y un poco a la derecha el valor 403. Correspondientemente, la mitad del intervalo siguiente corresponde al valor 4075. La fig. 9 presenta una serie de lecturas.

4. Lectura de las escalas en las reglas de cálculo de bolsillo (solamente para 868)

Debido a la menor longitud de la regla las escalas de la regla de cálculo de bolsillo están subdivididas de distinta forma que en la regla de cálculo de 25 cm. Los tres intervalos principales aparecen aquí en otro orden.



En el intervalo del 1 al 2 solamente están numerados los valores 1, 1,5 y 2. La segunda cifra se halla mediante las rayas de división largas, como lo muestran los números entre paréntesis, p. ej., (12). Las rayas de división cortas que se encuentran entre las anteriores nos dan la tercera cifra de dos en dos unidades, p. ej., 124. Esta tercera cifra es siempre un número par: 0, 2, 4, 6, o 8, los valores impares se encuentran en la mitad de estos intervalos, p. ej., 103.

En el intervalo de las rayas de división numeradas del 2 al 5 se halla a su vez la segunda cifra contando las rayas de división largas, p. ej., (23). Las rayas de división cortas nos dan el 5 de la tercera cifra, p. ej., 215. Todos los demás valores de la cifra se aprecian.

En el intervalo de 5 a 10 solamente está numerada a su vez la primera cifra. La segunda cifra se halla contando las rayas de división cortas al igual que en una regla graduada milimétricamente, p. ej., 52. La tercera cifra se aprecia entre los intervalos anteriores, p. ej., 583.

5. Cálculo de tanteo

En el capítulo 2 se hace hincapié en que en la regla de cálculo se gradúan y leen únicamente sucesiones de cifras. Solamente después de un cálculo de tanteo se determina la posición correcta de la coma en el resultado y con ello además se obtiene un control de la primera cifra del cálculo mediante la regla.

Reglas para cálculos de tanteo:

¡Redondear los valores a cifras completas!

p. ej.: $3,43 \approx 3$ $9,51 \approx 10$ $7,61 \approx 8$

¡En las multiplicaciones se redondea un factor hacia arriba y el otro hacia abajo!

p. ej.: $8,92 \cdot 127 \approx 10 \cdot 120 = 1200$
 $2,19 \cdot 9830 \approx 2 \cdot 10000 = 20000$

¡Simplificar las divisiones!

Numerador y denominador se redondean en el mismo sentido.

$$\text{p. ej.: } \frac{725}{539} \approx \frac{7,25}{5,39} \approx \frac{7}{5} \approx 1,4$$

$$\frac{640 \cdot 15,3}{51 \cdot 0,8} \approx \frac{60 \cdot 20}{5 \cdot 1} \approx 240$$

El sacar las potencias de diez facilita el cálculo con valores numéricos muy grandes o muy pequeños.

$$\text{p. ej.: } 73215 \approx 7 \cdot 10^4 \qquad 0,0078 \approx 8 \cdot 10^{-3}$$

$$89 \approx 9 \cdot 10^1 \qquad 0,706 \approx 7 \cdot 10^{-1}$$

Al multiplicar o dividir con valores numéricos muy grandes o muy pequeños la separación de las potencias de diez da mayor claridad.

$$\text{p. ej.: } 0,07325 \cdot 0,000518 \approx 8 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 40 \cdot 10^{-6} = 4 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{2950}{0,00598} \approx \frac{3 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-3}} = 0,5 \cdot 10^6$$

6. Fundamento del cálculo

El cálculo con la regla de cálculo corresponde a una suma o resta mecánica de segmentos. El principio en que se basa el cálculo puede entenderse fácilmente con dos reglas graduadas milimétricamente que se hacen deslizar una frente a la otra.

La fig. 11 presenta el ejemplo $2 + 3 = 5$. Si el extremo inicial de la regla superior se coloca sobre el valor 2 de la regla inferior, puede sumarse a este valor 2, con ayuda de la regla superior, el valor 3 por ejemplo. Debajo del valor 3 de la regla superior se encuentra el resultado 5 en la regla inferior. En la fig. 11 podría leerse también $2 + 1 = 3$ o $20 + 15 = 35$, si contamos los milímetros.

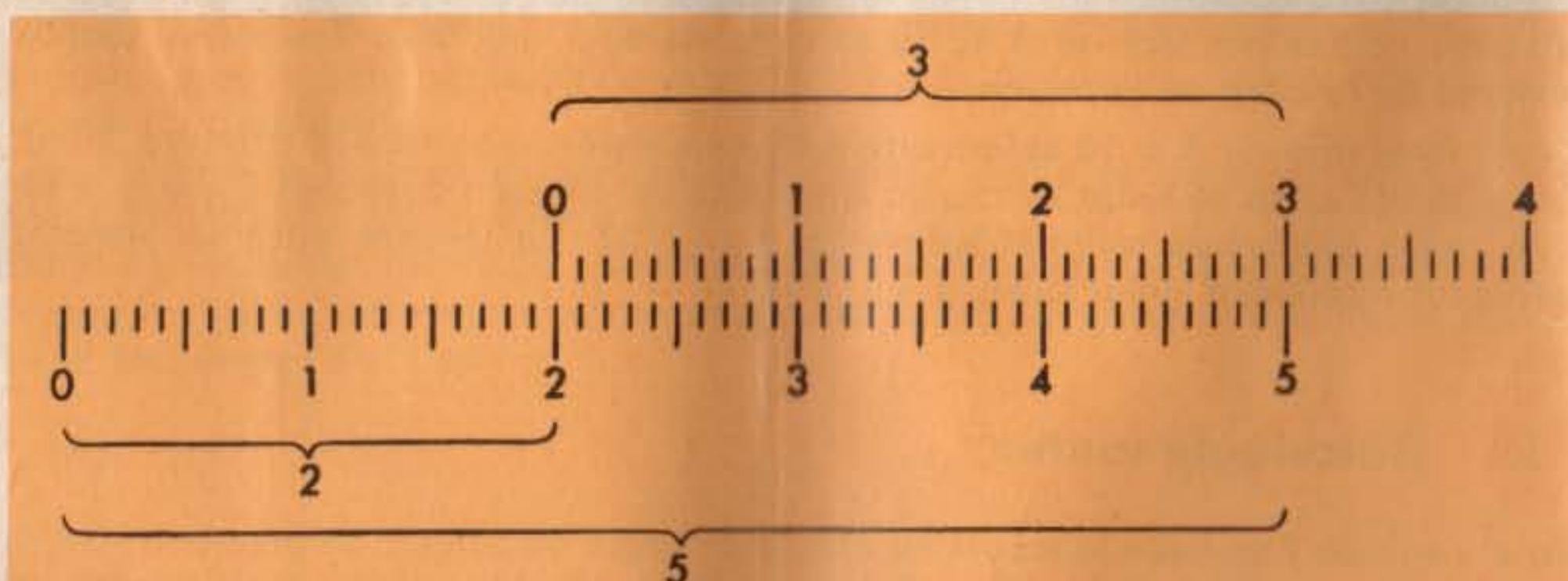


Fig. 11 Adición gráfica con escalas

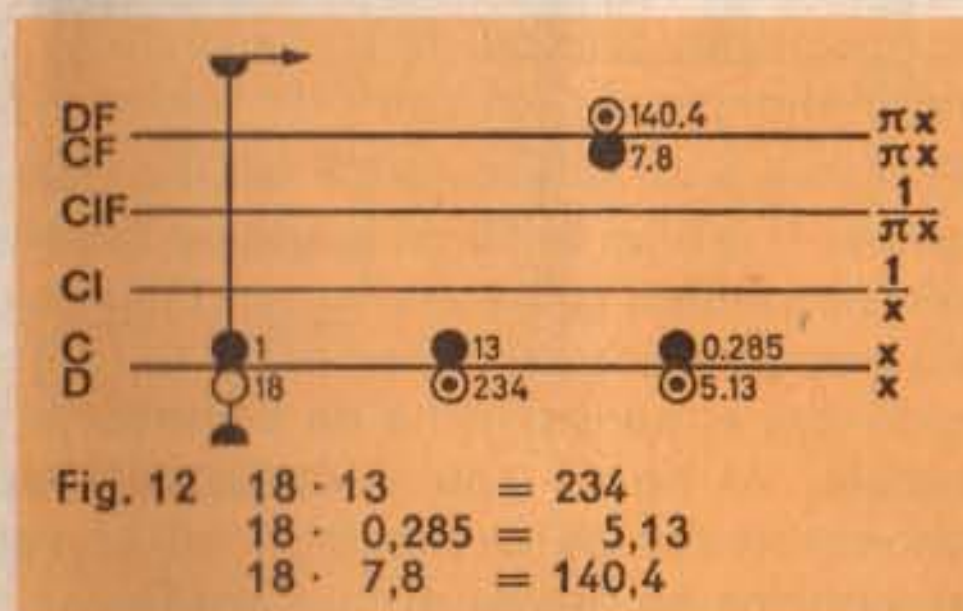
También la sustracción $5 - 3 = 2$ puede deducirse de la fig. 11, siguiendo el proceso inverso. Del segmento 5 de la escala inferior se resta el segmento 3 de la escala superior, para lo cual se colocan los valores 5 y 3 uno sobre otro y debajo del extremo inicial de la escala superior se halla el resultado 2 en la escala inferior.

En la regla de cálculo se hallan unas escalas sobre un cuerpo fijo y otras sobre una reglilla desplazable. La particularidad de la regla de cálculo estriba en que estas escalas son logarítmicas. De esta forma la adición de dos segmentos da una multiplicación y la sustracción se convierte en división.

7. Multiplicación

(Se suman dos segmentos)

El 1 de la escala C del comienzo de la reglilla se coloca sobre el valor 18 de D. Llevado el cursor al valor 13 de la escala C se suma el segmento 13 al segmento 18 y el resultado 234 puede leerse bajo la raya del cursor en la escala D. Mediante un cálculo de tanteo, p. ej., $(20 \cdot 10 = 200)$ se determina la posición de la coma.



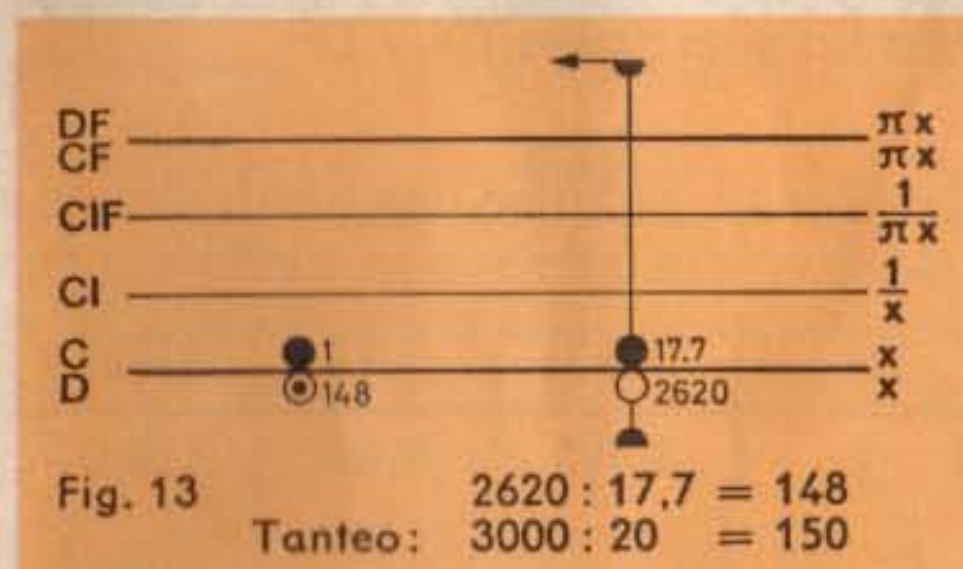
Para calcular el producto $18 \cdot 7,8$ tenemos que efectuar un «corrimiento» de la reglilla, esto es, colocando el final de la escala C sobre el 18 de la escala D. En la ARISTO-Studio puede evitarse este inconveniente continuando el cálculo con las escalas superiores CF/DF.

Las escalas CF y DF permiten esta simplificación del cálculo, porque son una repetición de las escalas fundamentales C y D con la diferencia de que el 1 de estas escalas queda aproximadamente en el centro de la regla de cálculo. Cuando por ejemplo, en el par inferior de escalas se halla el 1 de la escala C frente al 18 de la D, también se encuentra el 1 de la escala CF frente al 18 de la DF y por tanto puede multiplicarse en ambos pares de escalas con el factor 18. La multiplicación $18 \cdot 7,8$ se calcula mediante las escalas CF/DF colocando la raya del cursor en el 7,8 de la escala CF y leyendo 140,4 en la escala DF.

8. División

(Substracción de dos segmentos, inversión de la multiplicación)

La raya del cursor se coloca sobre el valor 2620 en la escala D y mediante la reglilla colocamos el número 17,7 de la escala C bajo la raya del cursor de forma que ambos valores queden uno frente a otro. El resultado 148 se lee bajo el principio de la escala C, o en otros casos bajo el final de la reglilla. Sobre el 1 de la escala CF puede leerse naturalmente el mismo resultado en la escala DF, ya que también en estas escalas está colocada la división $2620 : 17,7$.



La misma colocación de la reglilla es también válida para la multiplicación $148 \cdot 17,7 = 2620$. La diferencia entre multiplicación y división está solamente en el orden seguido en las operaciones. En la división se lee el resultado respectivamente bajo el comienzo o final de la escala de la reglilla, no existiendo un «corrimiento» de ella. Esta ventaja se aprovechará repetidamente en los capítulos siguientes.

9. Las escalas desplazadas CF y DF

Las escalas CF y DF son una repetición de las escalas fundamentales C y D, pero desplazadas con respecto a esta de tal forma, que $\pi = 3,142$ en CF o DF respectivamente se encuentra exactamente sobre el principio o final de las escalas C o D. El valor 1 se encuentra aproximadamente en la mitad de la regla

de cálculo, de forma que con las escalas desplazadas obtenemos una sobre división de media longitud de regla. Los dos pares de escalas C/D y CF/DF forman una unidad de trabajo de la que resultan extraordinarias ventajas en multiplicaciones, cálculos de tablas y proporciones.

El índice 1 de la escala CF señala siempre sobre la escala DF el mismo número que el 1, o bien el 10 de la escala C sobre la D. Las multiplicaciones hechas hasta ahora pueden comenzarse también con el par de escalas CF/DF, y con la ventaja de que siempre se habrá elegido la graduación inicial correcta. Es innecesario entonces el pensar si ha de empezarse con el extremo izquierdo o derecho de la escala. Al hacer una división con las escalas superiores, el numerador y el denominador se encuentran en la regla de cálculo en igual posición que al escribirlos en forma de quebrado.

Cuando el resultado no puede leerse en uno de los pares de escalas, siempre es posible la lectura en el otro, sin necesidad de un «corrimiento» de la reglilla. Las franjas amarillas sobre la reglilla sirven para recordar, que los factores se gradúan en las escalas desplazables C y CF de la reglilla y que el resultado se halla sobre D debajo de C o sobre DF encima de CF.

9.1 Cálculo de tablas sin corrimiento de la reglilla

$y = 29 x$

x	1,7	3,45	5,0	10
y	49,3	100	145	290

Para $x = 5$ puede leerse sin corrimiento de la reglilla en el par de escalas superiores CF y DF.

$y = \frac{28,2}{x} = 28,2 \cdot \frac{1}{x}$

x	7,43	2,92	1,567
y	3,795	9,66	18,0

$y = \frac{x}{18,2} = \frac{1}{18,2} \cdot x$

x	3,17	112,1
y	0,1742	6,16

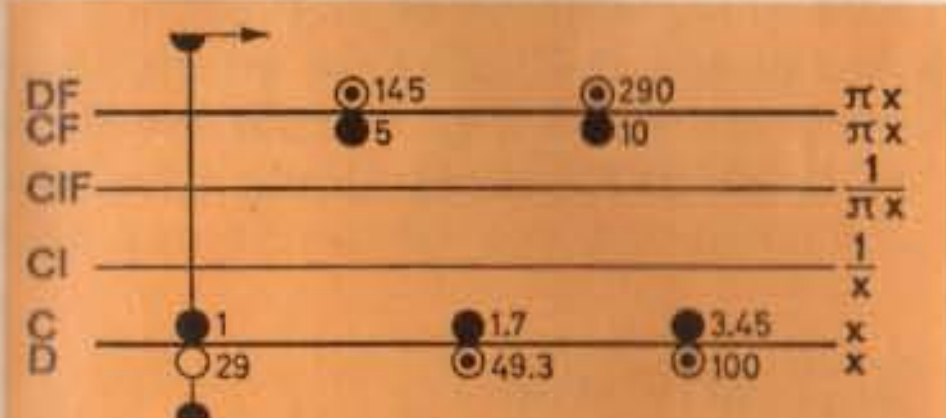


Fig. 14

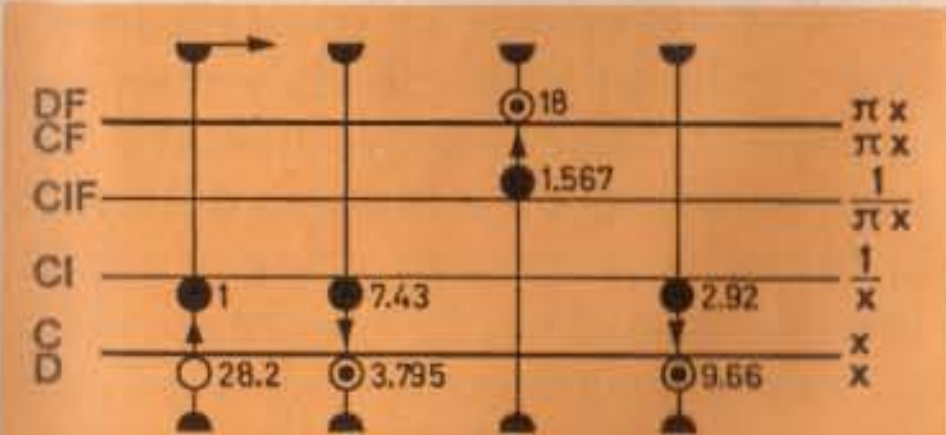


Fig. 15

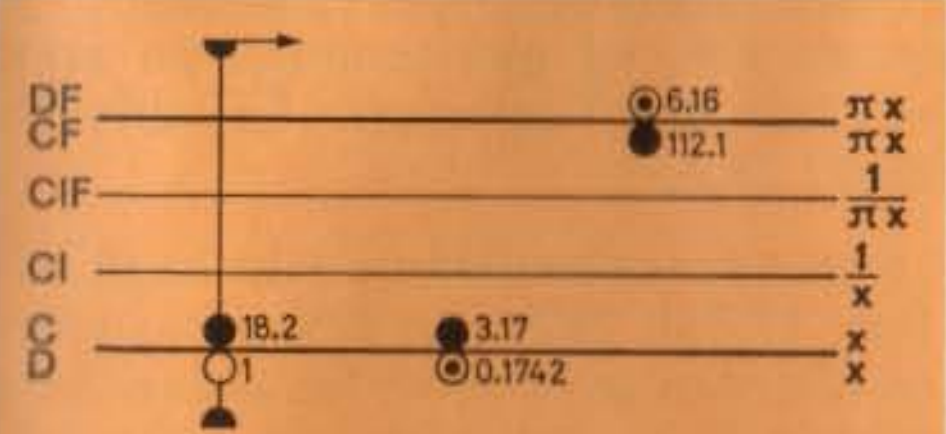


Fig. 16

9.2 Lectura directa de multiplicaciones y divisiones por el número π

Como las escalas CF y DF están desplazadas por el valor π , se obtiene la ventaja de que al pasar de D a DF o de C a CF se efectúa una multiplicación y en sentido inverso una división por π . Si se coloca por ejemplo con la raya del cursor el diámetro d sobre la escala D, puede leerse en la escala DF el perímetro $U = \pi \cdot d$ de la circunferencia. De forma análoga se calcula la pulsación $\omega = 2 \pi f$, cuando se ha graduado $2 f$ en D.

En todas las operaciones que contengan el factor π , se tiene éste en cuenta en la última lectura pasando a las escalas desplazadas. Una recopilación de los cálculos con el factor π que son posibles con una graduación del cursor puede verse en la fig. 17.

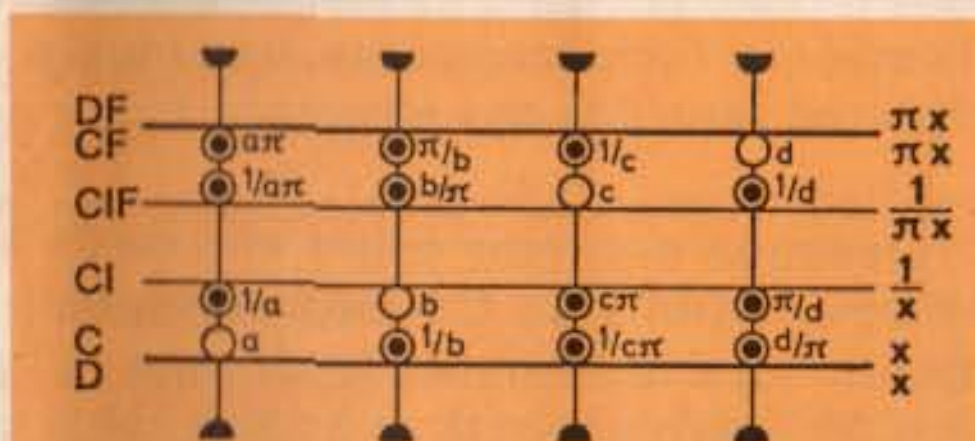


Fig. 17 Cálculos con π

10. Multiplicación y división combinadas

En cálculos con expresiones de la forma $\frac{a \cdot b}{c}$ sirve la regla:

Primero dividir, después multiplicar. Una vez efectuada la división $345 : 132$ (fig. 18) no es necesario leer el resultado intermedio, ya que la regla de cálculo está graduada para efectuar la multiplicación. El cursor se lleva hasta el valor 22 de la escala C y se lee debajo en la escala D el resultado 57,5.

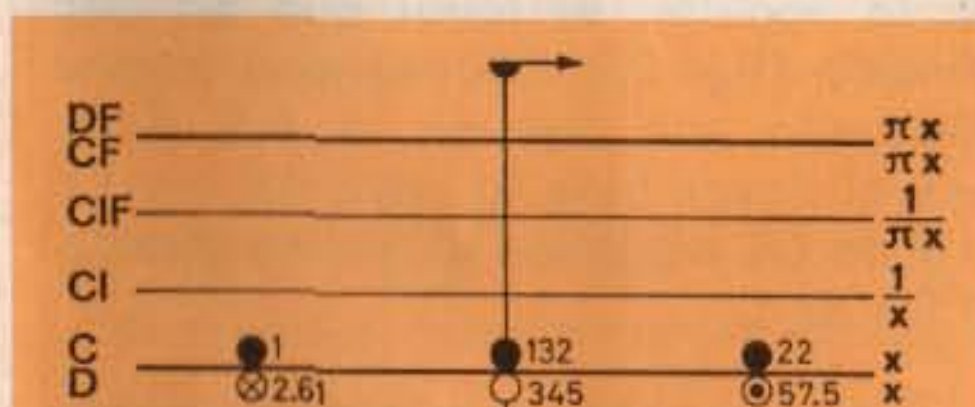


Fig. 18 Tanteo
 $\frac{345}{132} \cdot 22 = 57,5$ $\frac{300}{100} \cdot 20 = 60$

Si este ejemplo lo ampliamos mediante el factor 19,5 en el denominador,

$$\frac{345 \cdot 22}{132 \cdot 19,5} = 2,95$$

puede dividirse a continuación el resultado, colocando el valor 19,5 de la escala C debajo de la raya del cursor, de forma que 57,5 sea dividido por 19,5. Si en tales expresiones existen más factores, tanto en el denominador como en el numerador, se divide y se multiplica alternadamente. La variación rítmica de las graduaciones de reglilla y cursor trae consigo un flujo constante en el cálculo con un mínimo de graduaciones.

Puede ocurrir en el cálculo de estas expresiones, que después de la división la reglilla sobresalga demasiado del cuerpo de la regla y que sea necesario antes de la multiplicación un corrimiento de la reglilla. Mediante la elección adecuada de la graduación de la división con C/D o CF/DF puede evitarse en la mayoría de los casos este caso particular.

11. Las escalas recíprocas CI y CIF

La escala CI está dividida de igual forma que las escalas fundamentales C y D, pero transcurre de derecha a izquierda, llevando numeración roja para evitar errores de lectura.

Colocando el cursor en cualquier valor x de la escala C, puede leerse su valor recíproco en CI, como indica el símbolo colocado en el extremo derecho de la escala. Sobre el 5 en C se encuentra $1/5 = 0,2$ en CI. Es importante notar que la formación de recíprocos vale también en sentido inverso, es decir, en el sentido de CI a C; p. ej., debajo del valor 4 en CI se encuentra $1/4 = 0,25$ en C. Una lectura ocasional de los valores recíprocos no justificaría la presencia de la escala CI. Su misión principal consiste en que ahorra muchas graduaciones en el cálculo de expresiones compuestas.

$$\frac{4}{5} \text{ puede escribirse como } 4 \cdot \frac{1}{5} \text{ y } 4 \cdot 5 \text{ es lo mismo que } \frac{4}{1/5}.$$

Esta forma de escribir resulta más bien rara, pero para el cálculo con la regla de cálculo presenta la ventaja de poder convertir una división en una multi-

plicación, y recíprocamente, una multiplicación en una división. Un «juego» con números sencillos nos mostrará mejor la utilidad de esta transformación:

1. Llevando el cursor sobre el 6 de D y moviendo el 2 de C hasta colocarlo bajo la raya del cursor, tendremos la división normal $6 : 2 = 3$ (fig. 19). Dejando el cursor en su sitio, desplazaremos la reglilla hasta situar el 2 de la escala CI bajo la raya del cursor, con lo que efectuamos la multiplicación $6 \cdot 2$, leyendo el resultado 12 bajo el 1 de la reglilla, al igual que en una división (fig. 20). En realidad hemos efectuado una división, $6 : 0,5$, dado que al llevar bajo la raya del cursor el 2 de CI, llevamos al mismo tiempo el 0,5 de C.

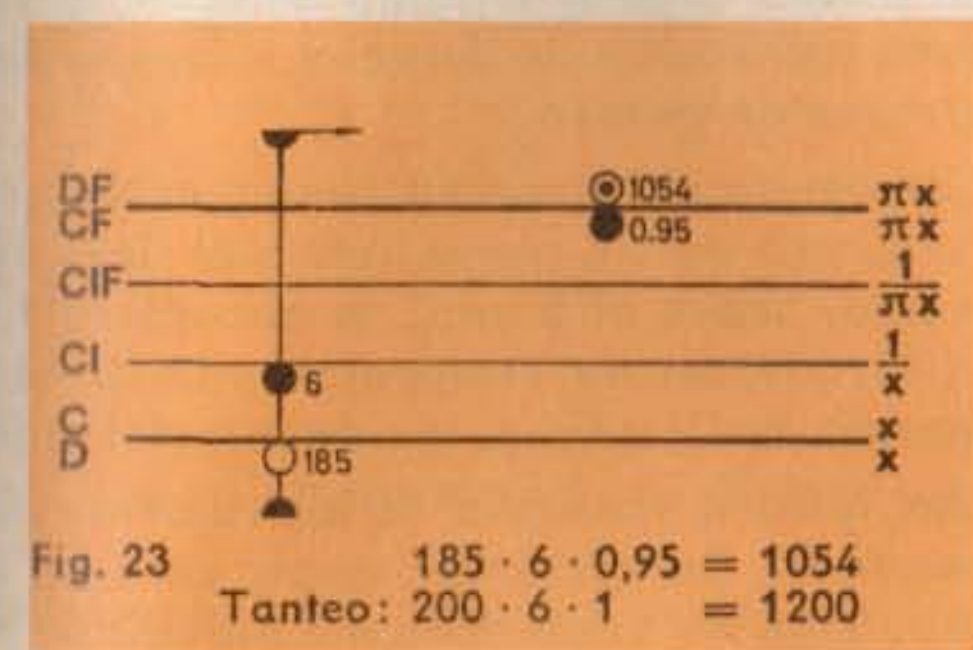
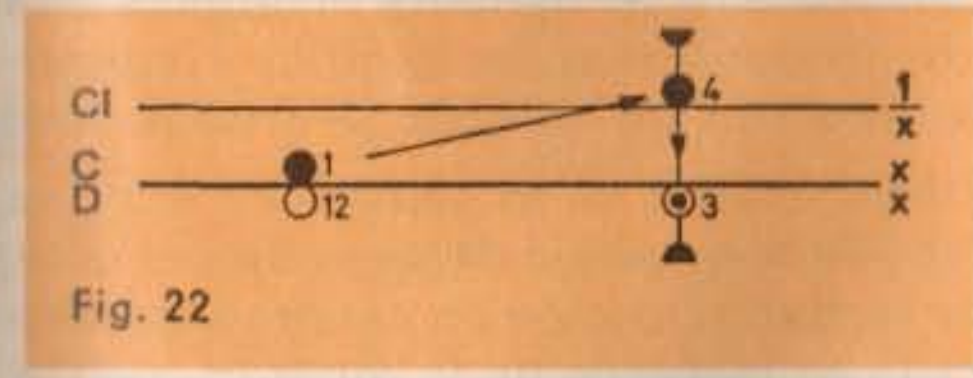
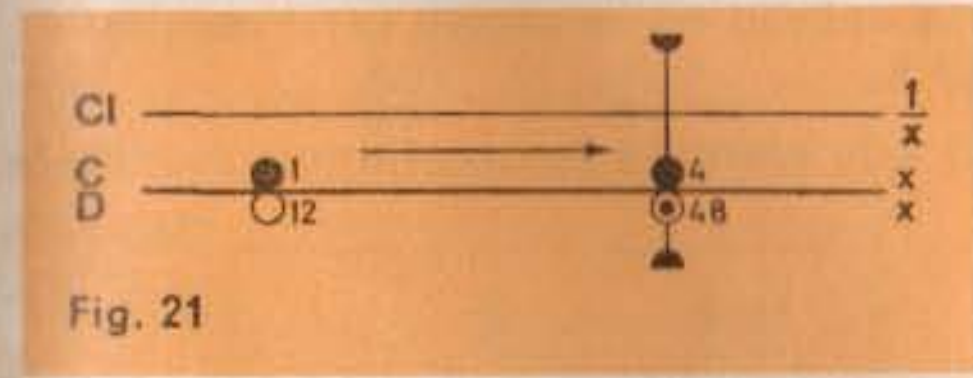
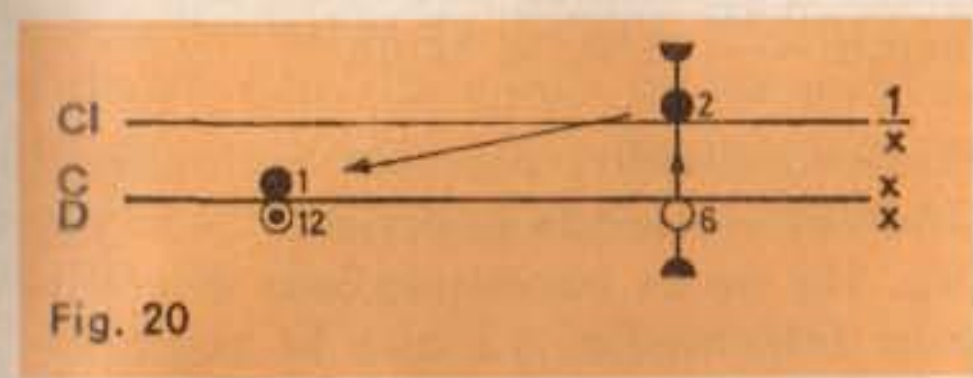
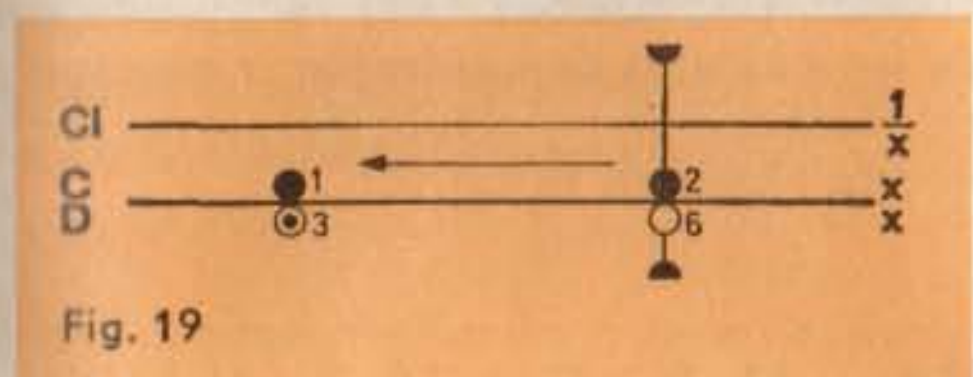
2. Dejando ahora el uno de la escala C sobre el 12 de D y llevando el cursor sobre el 4 de C, obtenemos la multiplicación $12 \cdot 4 = 48$ de la forma normal (fig. 21). Pero trasladando el cursor al 4 de CI, leemos el resultado de la división $12 : 4 = 3$, en D (fig. 22). Con otras palabras: debido a que bajo el 4 de CI está en C el valor recíproco $1/4 = 0,25$, en realidad hemos calculado $12 \cdot 0,25 = 3$.

Existen por lo tanto para la multiplicación y división dos posibilidades de graduación, de las cuales el calculador experimentado escogerá en cada caso la mejor, con el fin de obtener, en el cálculo de una expresión compuesta, divisiones y multiplicaciones alternadas.

Las relaciones hasta aquí descritas entre las escalas C y CI son válidas también para las escalas CF y CIF. Para darse cuenta de ello resulta útil repetir el «juego de números» anterior con el grupo de escalas CF/DF/CIF. Y quien aproveche adecuadamente las ventajas de las escalas desplazadas, usará por igual la escala CIF como la escala CI.

Expresiones del tipo $a \cdot b \cdot c$ o $\frac{a}{b \cdot c \cdot d}$, etc., se resuelven alternando multiplicaciones y divisiones como en el caso de multiplicación y división combinadas (cap. 10). Durante el cálculo puede pasarse del grupo de escalas C, D y CI al CF, DF y CIF, para evitar el «corrimiento» de la reglilla.

En el ejemplo de la fig. 23 se coloca, al igual que en una división, el 185 de la escala D enfrente del 6 de la escala CI y se efectúa la multiplicación por 0,95 mediante la escala superior CF. El resultado 1054 aparece encima del número anterior en la escala DF.



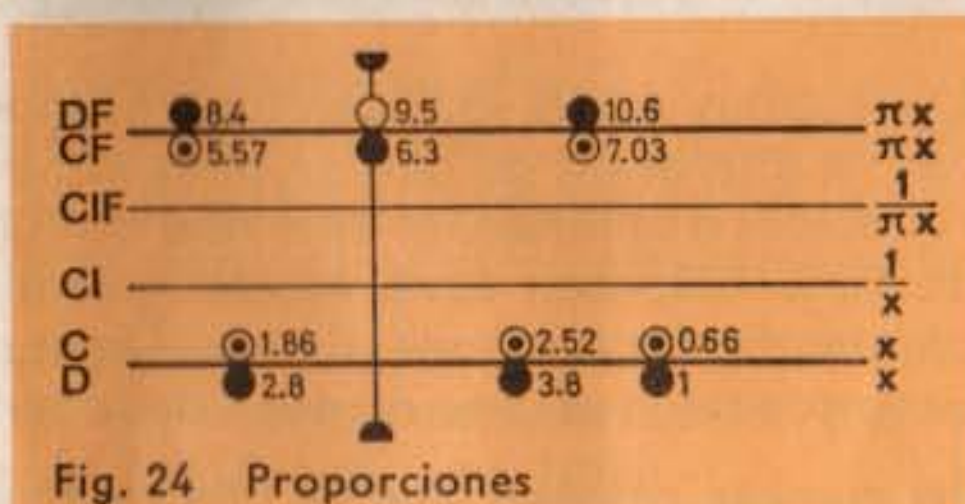
12. Proporciones

Las proporciones de la forma $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$ se calculan de manera fácil con la regla de cálculo, porque habiendo colocado una de las relaciones, pueden leerse todas las demás con solo mover el cursor. La separación entre la escala del cuerpo y la escala de la reglilla viene a ser como la raya de la fracción. Por ello se preferirá esta forma de cálculo siempre que sea posible.

Ejemplo: 9,5 kg de una mercancía cuestan 6,30 pts.; ¿cuanto cuestan 8,4 kg?
La solución con la regla de tres es:

$$\frac{6,30}{9,50} \cdot 8,4 = 5,57$$

El proceso de cálculo se ve mejor si se establece la proporción entre peso y precio. Colocando el peso dado 9,5 en la escala DF frente al precio 6,30 en la escala CF, se encontrarán ahora en las escalas CF/DF y C/D los pesos y precios, que están en la misma proporción (cociente), uno frente a otro. En DF y D se encuentran según la primera graduación todos los pesos, y en la escala CF y C los precios correspondientes. Frente al peso 8,4 se leerá consiguientemente el precio 5,57. En la figura 24 se encuentran dibujadas más relaciones entre peso y precio.



10,6 kg cuestan pts. 7,03 (en las escalas CF/DF)
3,8 kg cuestan pts. 2,52 (en las escalas C/D)
2,8 kg cuestan pts. 1,86 (en las escalas C/D)
1 kg cuesta pts. 0,66 (en las escalas C/D)

Por lo tanto la proporción puede ser continuada hasta donde se quiera:

$$\frac{\text{kg}}{\text{pts.}} = \frac{9,5}{6,3} = \frac{8,4}{5,57} = \frac{10,6}{7,03} = \frac{3,8}{2,52} = \frac{2,8}{1,86} = \frac{1}{0,66} = \dots$$

El cálculo de proporciones es pues, bastante independiente de las reglas dadas hasta ahora. Es indiferente donde y cómo se encuentran uno frente a otro los valores de kg y pts., mientras se tenga cuidado en buscar los pesos allí donde se graduó el primer peso y leer los precios correspondientes en la escala colocada enfrente. En el ejemplo arriba explicado podría haberse graduado 6,3 en la escala DF y 9,5 en la escala DF, entonces también tendría que leerse enfrente del 8,4 de CF el resultado 5,57 en DF.

13. Las escalas A, B y K

Colocando la raya del cursor sobre un valor cualquiera x de la escala C, puede leerse su cuadrado x^2 en la escala B y su cubo x^3 en la escala K. En el proceso inverso se obtiene la raíz cuadrada o la raíz cúbica.

a) $2^2 = 4$ $2^3 = 8$

b) $32,7^2 = 3,27^2 \cdot 10^2 = 1070$
 $32,7^3 = 3,27^3 \cdot 10^3 = 35000$

c) $\sqrt[2]{9} = 3$ $\sqrt[3]{27} = 3$

d) $\sqrt[2]{51} = 7,14$ $\sqrt[3]{364} = 7,14$

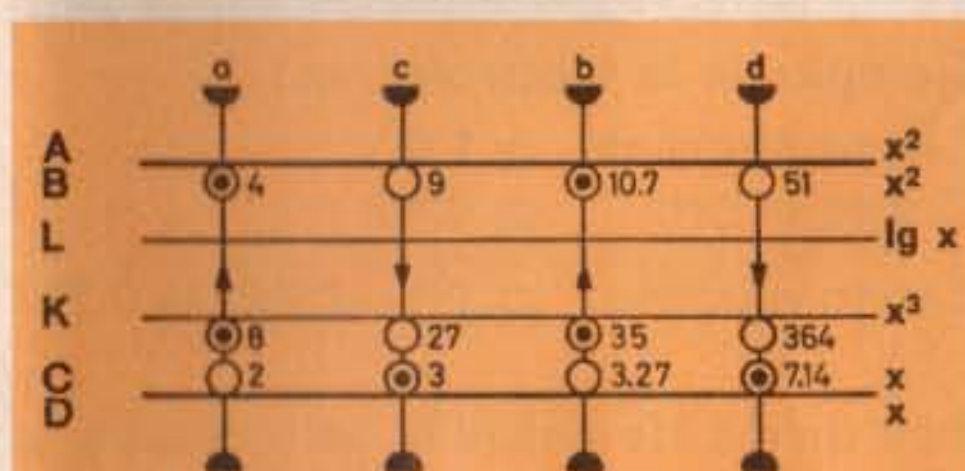


Fig. 25 Potencias y raíces

La posición de la coma se halla mediante un cálculo aproximado. En el cálculo de potencias y raíces es ventajoso separar las potencias de diez para obtener números cuyo resultado sea fácilmente estimable. Por ello las escalas de cuadrados están numeradas de 1 a 100, y la escala de cubos de 1 a 1000. El intervalo en que ha de colocarse el cursor resulta de la numeración de las escalas.

Ejemplos:

$$\sqrt[3]{3200} = \sqrt[3]{32 \cdot 100} = 10 \cdot \sqrt[3]{32} = 10 \cdot 5,66 = 56,6 \quad (\text{separación de } 10^{2n})$$

$$\sqrt[3]{0,1813} = \sqrt[3]{\frac{181,3}{1000}} = \frac{1}{10} \cdot \sqrt[3]{181,3} = \frac{1}{10} \cdot 5,66 = 5,66 \quad (\text{separación de } 10^{3n})$$

13.1 El cálculo con las escalas A y B

Las escalas A y B son idénticas, al igual que las escalas fundamentales C y D, con la diferencia de que en ellas están yuxtapuestas dos escalas fundamentales reducidas a la mitad. El intervalo izquierdo está numerado de 1 a 10 y el derecho de 10 a 100. Con estas escalas pueden calcularse, pues, todos los problemas planteados hasta ahora, de igual forma pero con menor exactitud, ya que para su graduación sólo se dispone de la mitad de la longitud de la regla de cálculo. En muchos cálculos que se han comenzado elevando al cuadrado resulta más cómodo seguir el cálculo con la escala de cuadrados.

14. Escala pitagórica

Según el teorema de Pitágoras, la relación entre los lados de un triángulo rectángulo de hipotenusa 1 es:
 $y = \sqrt{1 - x^2}$.

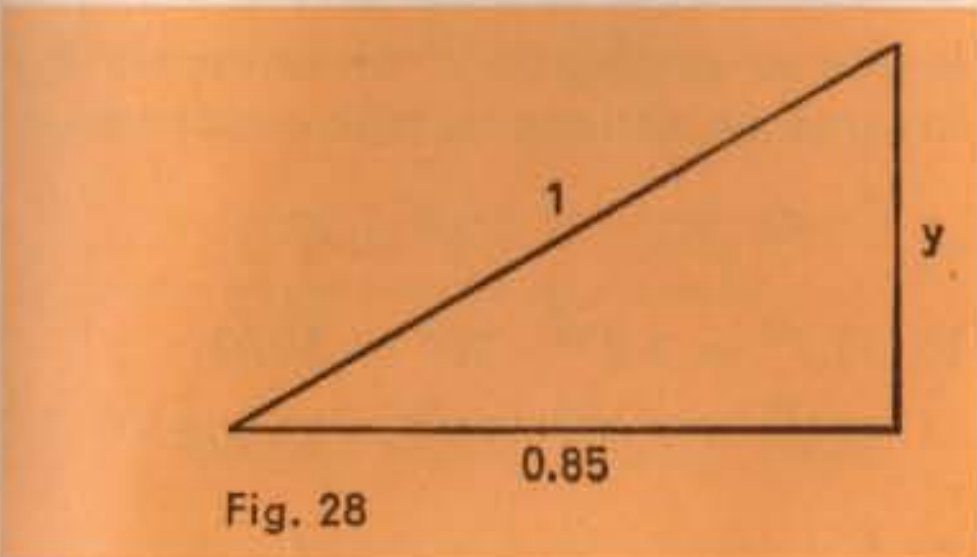
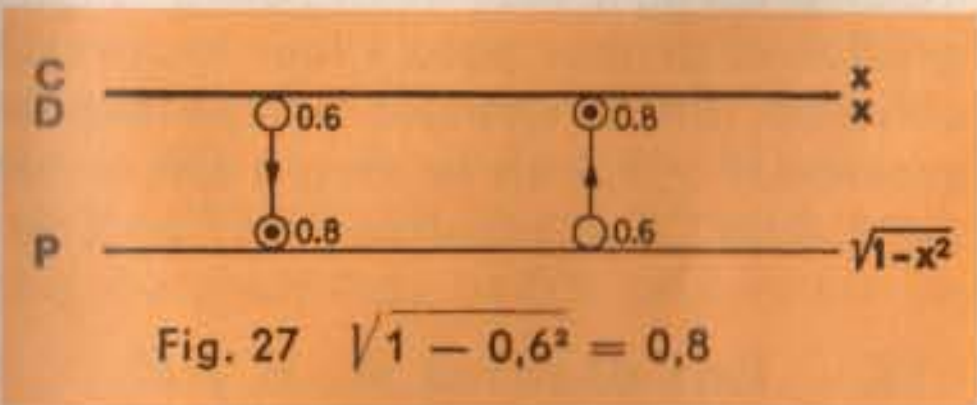
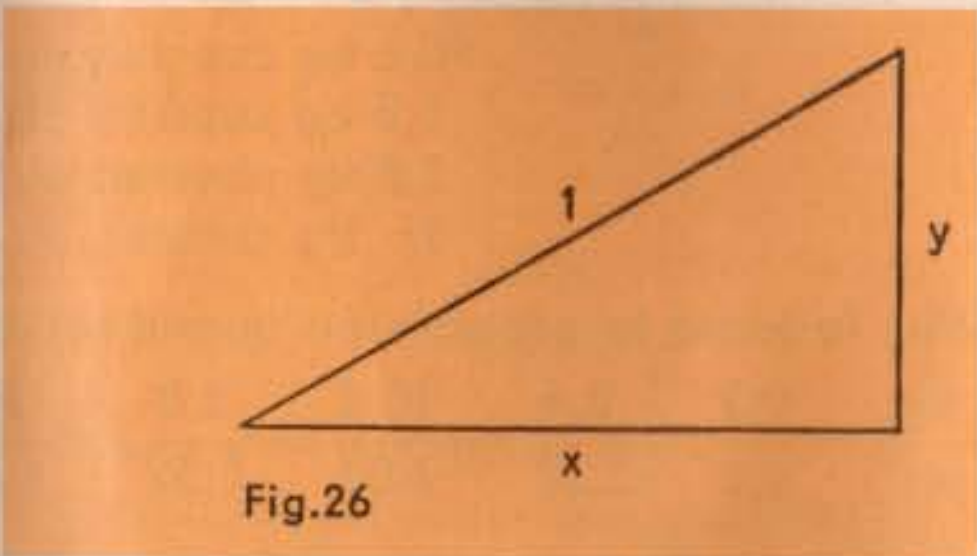
Para cualquier posición de x en la escala fundamental, se leerá en la escala P el valor de $y = \sqrt{1 - x^2}$; Recíprocamente, vale también $x = \sqrt{1 - y^2}$. En el ejemplo de la fig. 27 puede verse, que 0,6 puede ser graduado tanto en la escala D como en la P, encontrándose el resultado siempre en la escala vecina correspondiente.

Elijase siempre la colocación más favorable para una mayor exactitud. En el ejemplo $\sqrt{1 - 0,15^2} = 0,9887$ se coloca 0,15 en la escala D.

Ejemplo de la electrotécnia:

$$\begin{aligned} \text{Carga aparente} &\triangleq 1,0 \\ \text{Carga activa} &\triangleq 0,85 \\ \text{Carga reactiva} &\triangleq \sqrt{1 - 0,85^2} = 0,527 \end{aligned}$$

Esta forma de calcular solo resulta sencilla, cuando la hipotenusa es 1, 10, o 100, etc., sobre todo en las conversiones seno \longleftrightarrow coseno. En los demás triángulos rectángulos resulta más elegante la solución trigonométrica (véase el capítulo 16).



También tiene utilidad para obtener con más precisión ciertas raíces cuadradas como p. ej.:

$$\sqrt{0,91} = \sqrt{1 - 0,09} = 0,9540$$

0,09 se gradúa en la parte izquierda de la escala A, entonces tenemos $\sqrt{0,09} = 0,3$ en D y el valor $\sqrt{1 - 0,3^2} = 0,9540$ en P. Se mejora la exactitud desde uno hasta 0,65. Esta forma de cálculo solo debe usarse, cuando el radicando es un poco más pequeño que 0,01; 1; 100; etc.

15. Funciones trigonométricas

Todas las funciones de ángulos están relacionadas con las escalas fundamentales y los ángulos están indicados en división de 360° con subdivisión decimal.

Si se coloca un ángulo con el cursor en las escalas S, T1 o T2, se encuentra en la escala D el valor de la función trigonométrica correspondiente. En el sentido inverso puede leerse para un valor de función colocado en D el ángulo correspondiente en las escalas S, T1 o T2. La numeración de ángulos de las escalas con división decimal S, T1 y T2 vale solamente para los valores de grado escritos.

La regla de cálculo da solamente los valores de función para ángulos en el primer cuadrante. Para la reducción de un ángulo cualquiera en el primer cuadrante están conjuntas las funciones de ángulos en una tabla.

	$\pm \alpha$	$90^\circ \pm \alpha$	$180^\circ \pm \alpha$	$270^\circ \pm \alpha$
sen	$\pm \text{sen } \alpha$	$\mp \text{cos } \alpha$	$\mp \text{sen } \alpha$	$-\text{cos } \alpha$
cos	$\mp \text{cos } \alpha$	$\mp \text{sen } \alpha$	$-\text{cos } \alpha$	$\pm \text{sen } \alpha$
tan	$\pm \text{tan } \alpha$	$\mp \text{cot } \alpha$	$\pm \text{tan } \alpha$	$\mp \text{cot } \alpha$
cot	$\pm \text{cot } \alpha$	$\mp \text{tan } \alpha$	$\pm \text{cot } \alpha$	$\mp \text{tan } \alpha$

15.1 Escala de senos S

La escala S comprende los valores de los senos de los ángulos de $5,5^\circ$ a 90° y en sentido inverso numerada en rojo para valores del coseno desde 0° a $84,5^\circ$. Todos los valores del seno o coseno leídos en la escala D empiezan por 0, ...

Los valores del seno de los ángulos $\alpha > 45^\circ$ pueden leerse con mayor exactitud

según la relación $\text{sen } \alpha = \sqrt{1 - \text{cos}^2 \alpha}$ en la escala P numerada en rojo; para la graduación de un ángulo se usan las cifras rojas de la escala S. Regla nemotécnica para las funciones senoidales: Graduar y leer siempre en escalas de igual color.

Como $\text{cos } \alpha = \sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha}$ es válida para los cosenos de los ángulos $\alpha < 45^\circ$ la siguiente regla nemotécnica: Para cualquier graduación en la escala S debe hacerse la lectura en las escalas D o P de distinto color.

$$\text{sen } 26^\circ = 0,438$$

$$\text{sen } 82^\circ = \sqrt{1 - \text{cos}^2 82^\circ} = 0,9903$$

$$\text{arc sen } 0,54 = 32,7^\circ$$

$$\text{cos } 75^\circ = 0,2588$$

$$\text{cos } 7^\circ = \sqrt{1 - \text{sen}^2 7^\circ} = 0,99255$$

$$\text{arc cos } 0,9852 = 9,87^\circ$$

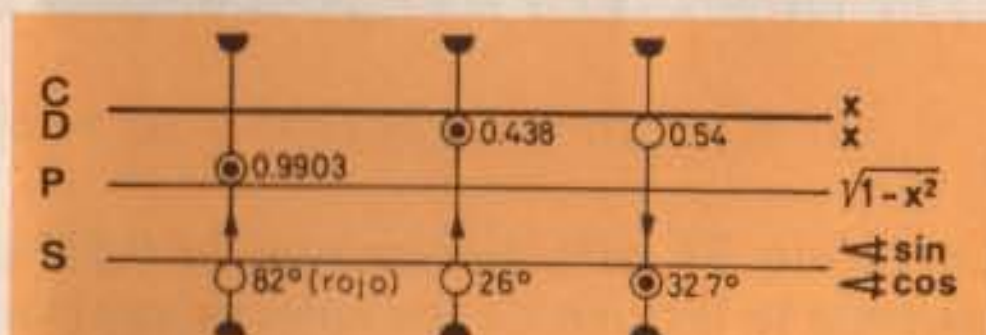


Fig. 29 Seno

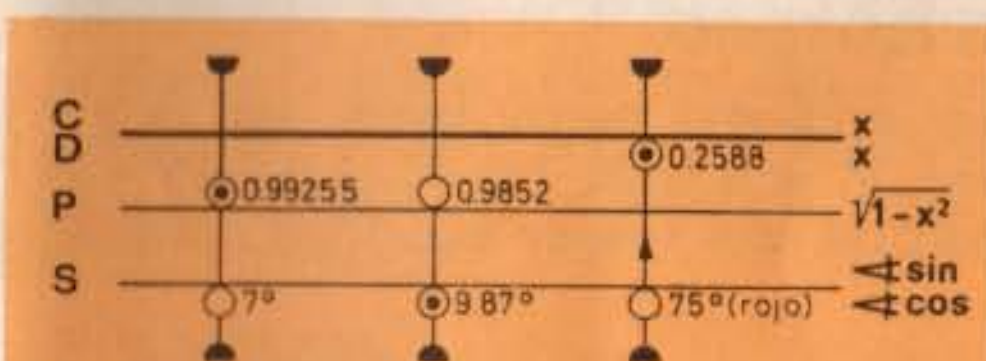


Fig. 30 Coseno

15.2 Las escalas de tangentes T1 y T2

La escala de tangentes consiste de dos partes; T1 va de $5,5^\circ$ hasta 45° y T2 de 45° hasta $84,5^\circ$. Los valores tangenciales para los ángulos colocados en las escalas de tangentes se leen en la escala D. Para los ángulos colocados en la escala T1, se hallan los valores funcionales entre 0,1 y 1,0; para los colocados en T2, entre 1,0 y 10,0.

Para buscar los valores cotangenciales se utiliza la fórmula $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$ es decir, se forman los valores recíprocos. Los valores cotangenciales se leen para todos los ángulos en la escala CI. Para todos los ángulos colocados en T1, se hallan los valores cotangenciales entre 1,0 y 10,0; para todos los colocados en T2, entre 0,1 y 1,0.

Ejemplos: .

$$\tan 14^\circ = 0,2493$$

$$\tan 23,6^\circ = 0,437$$

$$\tan 41,1^\circ = 0,872$$

$$\tan 51,2^\circ = 1,244$$

$$\tan 73,4^\circ = 3,35$$

$$\tan 80^\circ = 5,67$$

$$\text{arc tan } 1,75 = 60,25^\circ$$

$$\text{arc tan } 2,0 = 63,43^\circ$$

$$\cot 9^\circ = 6,31$$

$$\cot 23,6^\circ = 2,289$$

$$\cot 41,1^\circ = 1,146$$

$$\cot 51,2^\circ = 0,804$$

$$\cot 73,4^\circ = 0,298$$

$$\cot 77^\circ = 0,2309$$

$$\text{arc cot } 2,0 = 26,57^\circ$$

$$\text{arc cot } 1,75 = 29,74^\circ$$

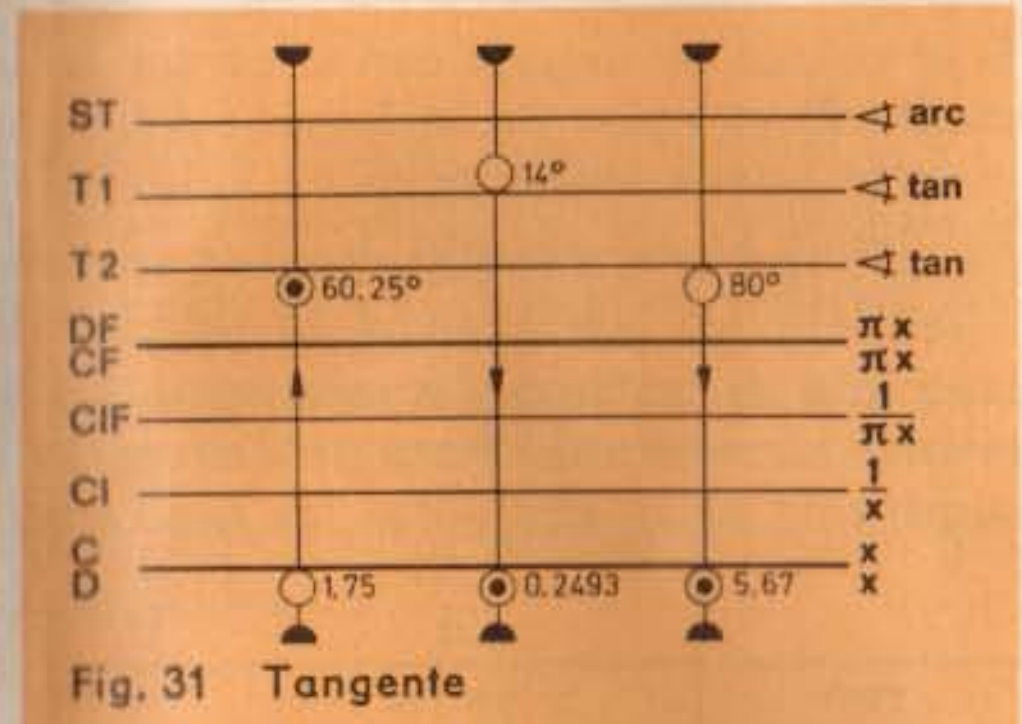


Fig. 31 Tangente

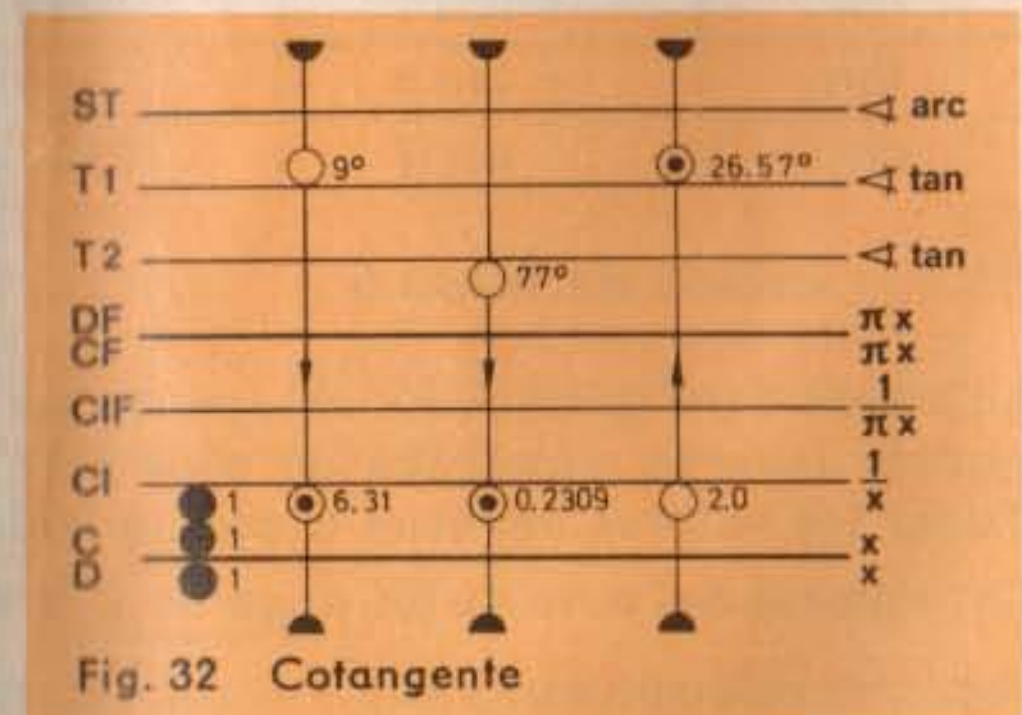


Fig. 32 Cotangente

15.3 Escala ST

Cuando se trata de hallar los valores de $\sin \alpha$ y $\tan \alpha$ para ángulos $\alpha < 5,5^\circ$, así como los de $\cos \alpha$ y $\cot \alpha$ para ángulos $\alpha > 84,5^\circ$, es válida la aproximación:

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \cos (90^\circ - \alpha) \approx \cot (90^\circ - \alpha) \approx \frac{\pi}{180} \alpha^\circ = 0,01745 \alpha$$

La escala ST está numerada de $0,55^\circ$ a 6° , pero graduada en radianes. Esto permite la lectura de los valores exactos de arcos de los ángulos sobre la escala fundamental D, así como los valores aproximados de senos y tangentes de ángulos pequeños. La numeración roja en sentido contrario de la escala ST desde 84° a $89,45^\circ$, es válida para los correspondientes valores del coseno y de la cotangente.

La analogía entre $\sin \alpha$, $\tan \alpha$ y $\text{arc } \alpha$ es muy buena hasta los 4° ; p. ej. $\sin 4^\circ = 0,0698$, $\tan 4^\circ = 0,0699$ y $\text{arc } 4^\circ = 0,0698$. Para ángulos mayores se calcula con mayor exactitud aplicando:

$$\sin \alpha \approx \alpha \cdot \frac{\sin 6^\circ}{6^\circ} \text{ respectivamente } \tan \alpha \approx \alpha \cdot \frac{\tan 6^\circ}{6^\circ}$$

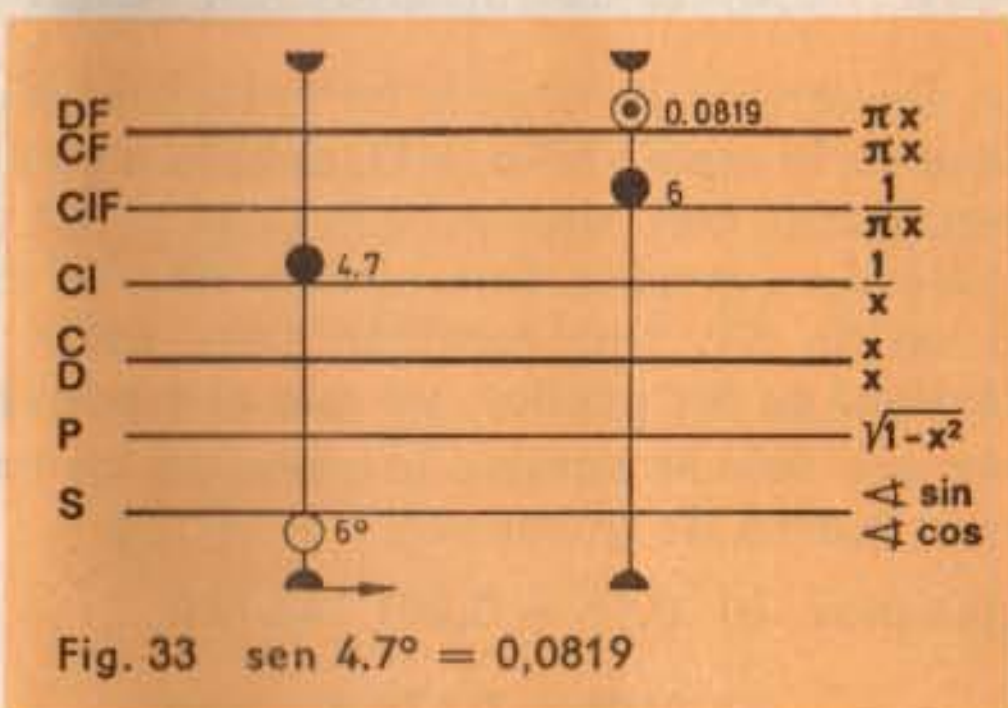
Ejemplos:

$$\text{sen } 4,7^\circ = 4,7 \cdot \frac{\text{sen } 6^\circ}{6^\circ} = 0,0819$$

$$\text{sen } 5,3^\circ = 5,3 \cdot \frac{\text{sen } 6^\circ}{6^\circ} = 0,0924$$

$$\tan 4,7^\circ = 4,7 \cdot \frac{\tan 6^\circ}{6^\circ} = 0,0822$$

$$\tan 5,3^\circ = 5,3 \cdot \frac{\tan 6^\circ}{6^\circ} = 0,0928$$



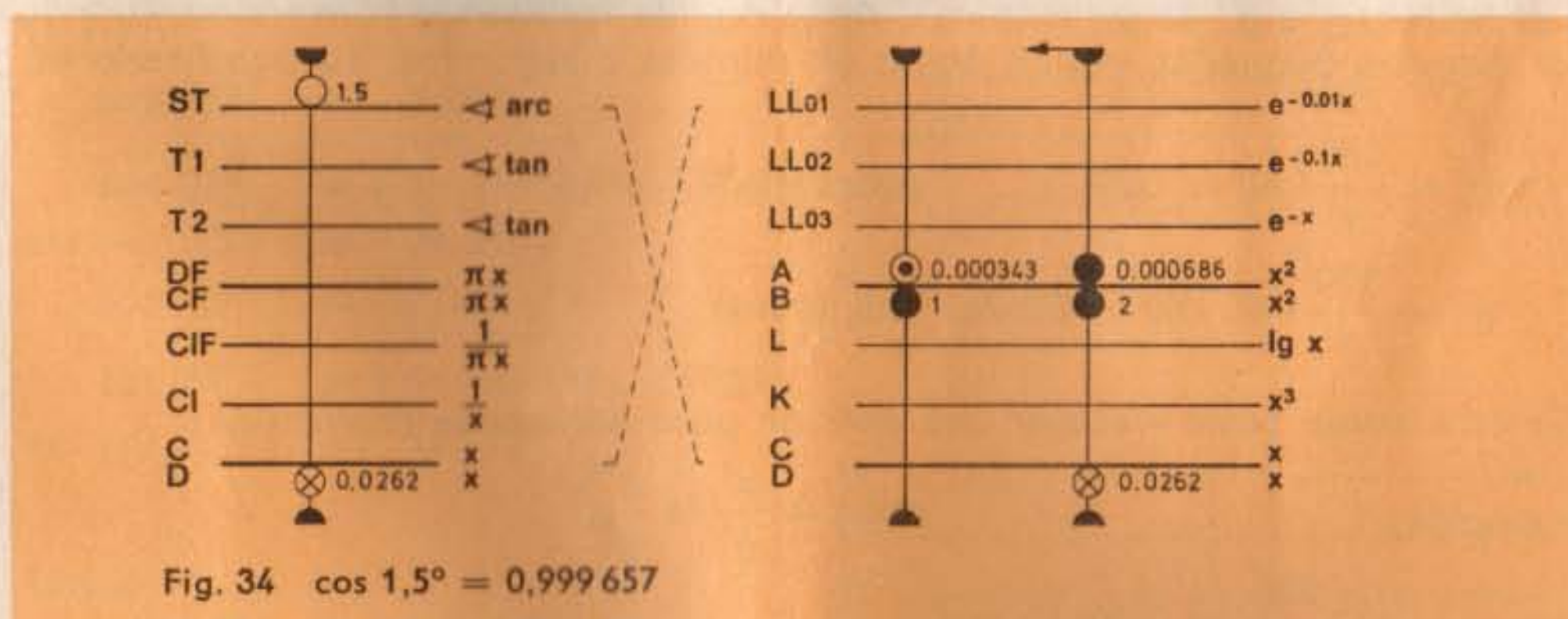
Para calcular los ejemplos de arriba se transforman los problemas como sigue:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{sen } 6^\circ}{\frac{1}{\alpha} \cdot 6^\circ}$$

$$\tan \alpha = \frac{\tan 6^\circ}{\frac{1}{\alpha} \cdot 6^\circ}$$

Con ayuda del cursor se pone $\text{sen } 6^\circ$ en la escala S o $\tan 6^\circ$ en T, frente al valor del ángulo en CI. A continuación se corre el cursor sobre el 6 en la escala CIF, para leer el resultado en DF. Los valores $\cos \alpha$ para $\alpha < 5,7^\circ$ y $\text{sen } \alpha$ para $\alpha > 84,3^\circ$ pueden leerse solo de una manera poco exacta en la regla de cálculo. Aquí ayuda como aproximación el principio de un desarrollo en serie:

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \quad (\alpha \text{ en rad})$$



Ejemplos: $\cos 1,5^\circ = 1 - \frac{0,0262^2}{2} = 0,999657$ (fig. 34)

Para calcular el miembro segundo del desarrollo en serie, se coloca mediante el cursor el ángulo 1,5 en la escala ST. En la escala D está el valor del ángulo en radianes y en A su cuadrado 0,000686. Para dividir, se lleva el 2 en la escala B debajo de la raya del cursor y se lee el resultado 0,000343 en la escala A. Finalmente se realiza la substracción $1 - 0,000343 = 0,999657$.

$$\text{sen } 86,5^\circ = \cos 3,5^\circ = 1 - \frac{0,0611}{2} = 0,99813$$

15.4 Conversión grados \longleftrightarrow radianes

La conversión de grados en radianes resulta con la graduación del cursor en el paso de la escala ST a la D, debido a que la escala ST es una escala fundamental desplazada con respecto a la D en $\pi/180$. Siguiendo el sentido inverso se pasa de radianes a grados. Este cálculo no sólo es válido para los ángulos indicados en la escala ST, sino también para todos los ángulos, debido a la subdivisión decimal de los grados, ya que el 1 puede leerse también como $0,1^\circ$, 10° , etc., y por ello solo se cambia la coma en los radianes (fig. 35). El uno de la escala ST es la marca de graduación de $\pi/180$.

Ejemplos: a) $0,1^\circ = 0,001\,745\text{ rad}$

b) $10^\circ = 0,174\,5\text{ rad}$

c) $5^\circ = 0,087\,25\text{ rad}$

d) $0,5^\circ = 0,008\,725\text{ rad}$

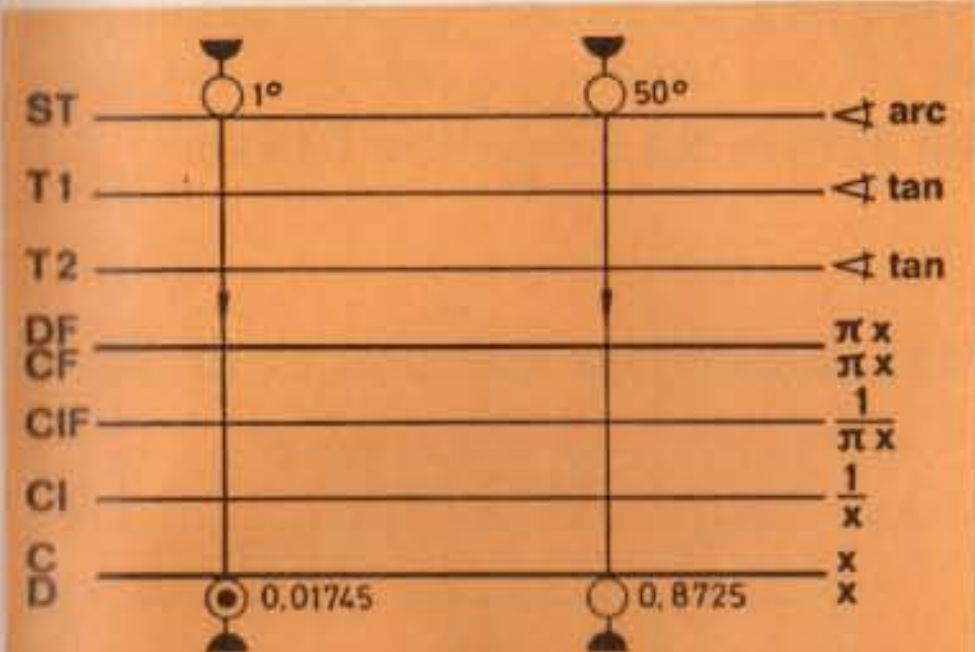


Fig. 35

Si los ángulos pequeños se dan en minutos o segundos, se convierten éstos en valores decimales de grado: $1' = 1/60^\circ$ y $1'' = 1/3600^\circ$ (véanse también los párrafos 15.5 y 19.1).

Graduando el 6 o el 36 de la escala CF bajo el 1 de la escala ST se obtiene una disposición para calcular tablas, muy práctica para estas transformaciones.

15.5 Las marcas ϱ' y ϱ''

Las marcas ϱ' y ϱ'' de las escalas C de la reglilla facilitan la conversión, cuando los ángulos pequeños vienen dados en minutos o segundos. Su significado es:

$$\varrho' = \frac{180}{\pi} \cdot 60 = 3438 \quad (\text{minutos})$$

$$\varrho'' = \frac{180}{\pi} \cdot 60 \cdot 60 = 206265 \quad (\text{segundos})$$

De esta forma basta efectuar una división para obtener la conversión:

Ejemplos: $\text{arc } \alpha = \frac{\alpha'}{\varrho'} = \frac{\alpha''}{\varrho''}$

$$\text{arc } 22' = \frac{22'}{\varrho'} = 0,00640\text{ rad}$$

$$\text{arc } 400' = \frac{400'}{\varrho'} = 0,1163\text{ rad}$$

$$\text{arc } 17'' = \frac{17''}{\varrho''} = 0,0000824\text{ rad}$$

$$\text{arc } 380'' = \frac{380''}{\varrho''} = 0,001843\text{ rad}$$

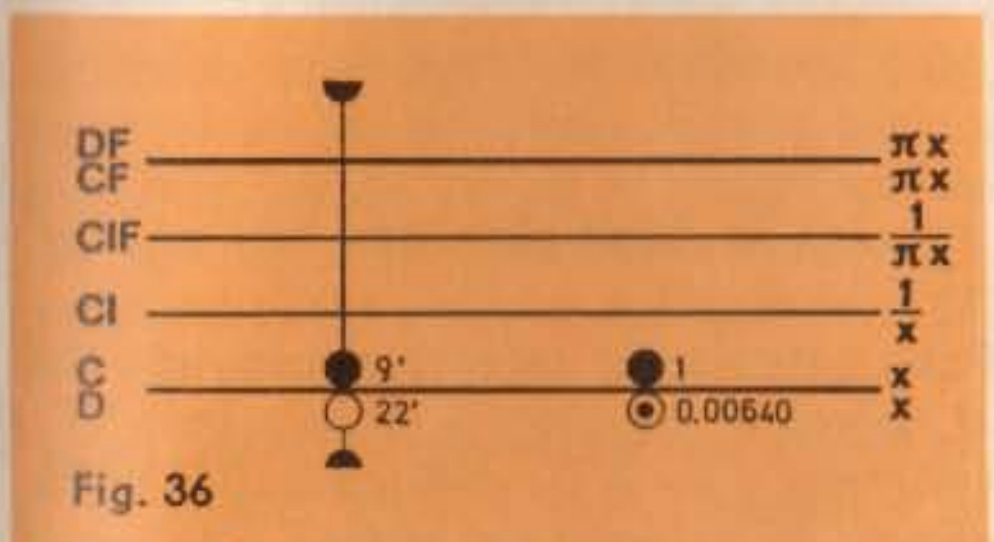


Fig. 36

Haciendo uso de estas marcas se facilitan mucho el cálculo con ángulos y arcos pequeños para radios cualesquiera.

$$\alpha = \frac{b}{r} \cdot \varrho, \text{ cuando se busca el ángulo.}$$

$$b = \frac{\alpha \cdot r}{\varrho}, \text{ cuando se busca la longitud del arco.}$$

Ejemplos:

$$\alpha = \frac{0,6}{45} \cdot \varrho' = 45,8'$$

$$b = \frac{48'' \cdot 67}{\varrho''} = 0,0156$$

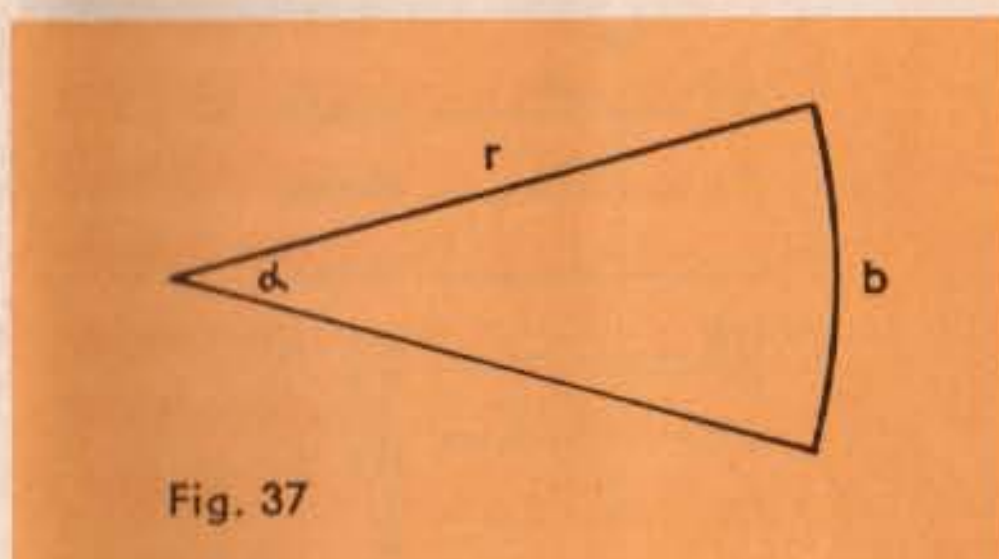


Fig. 37

15.6 ARISTO-Studio 400^g

Las escalas trigonométricas S, T1, T2 y ST vienen en la ARISTO-Studio 0968/400^g en grados centesimales. El cálculo con las escalas angulares se efectúa de igual forma que la descrita en los capítulos 15 al 15.5. Varían los ejemplos y las relaciones descritas, ya que el ángulo recto vale 100^g. Para el cálculo de las funciones complementarias debe tenerse en cuenta:

$$\cos \alpha = \sin (100^g - \alpha)$$

$$\cot \alpha = \tan (100^g - \alpha) = \frac{1}{\tan \alpha}$$

Para la graduación de 400^g se hacen a continuación los ejemplos de los capítulos 15.1 al 15.5.

15.6.1

$$\sin 26^g = 0,397$$

$$\sin 82^g = \sqrt{1 - \cos^2 82^g} = 0,9063$$

$$\arcsin 0,54 = 36,3^g$$

$$\cos 75^g = 0,383$$

$$\cos 7^g = \sqrt{1 - \sin^2 7^g} = 0,99396$$

$$\arccos 0,9852 = 10,97^g$$

15.6.2

$$\tan 14^g = 0,2235$$

$$\tan 80^g = 3,078$$

$$\tan 80^g = \cot 20^g = 3,078$$

$$\arctan 1,75 = 66,95^g$$

$$\cot 77^g = 0,378$$

$$\operatorname{arccot} 2,0 = 87,44^g$$

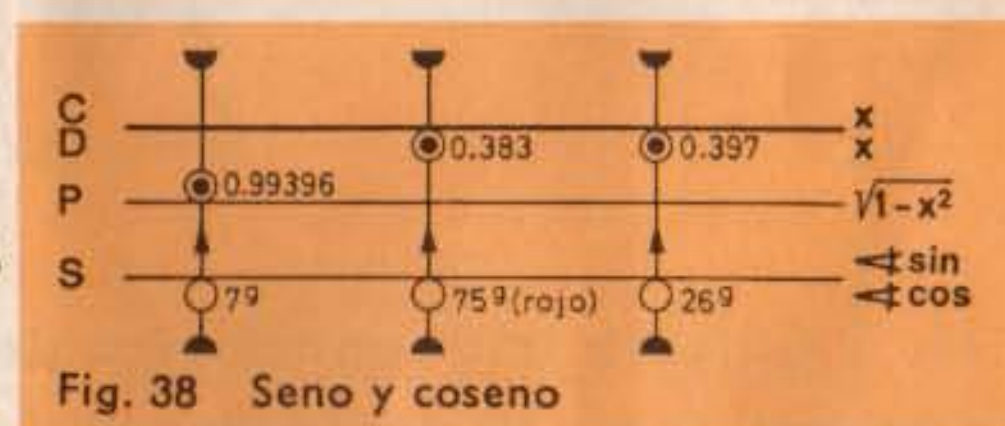


Fig. 38 Seno y coseno

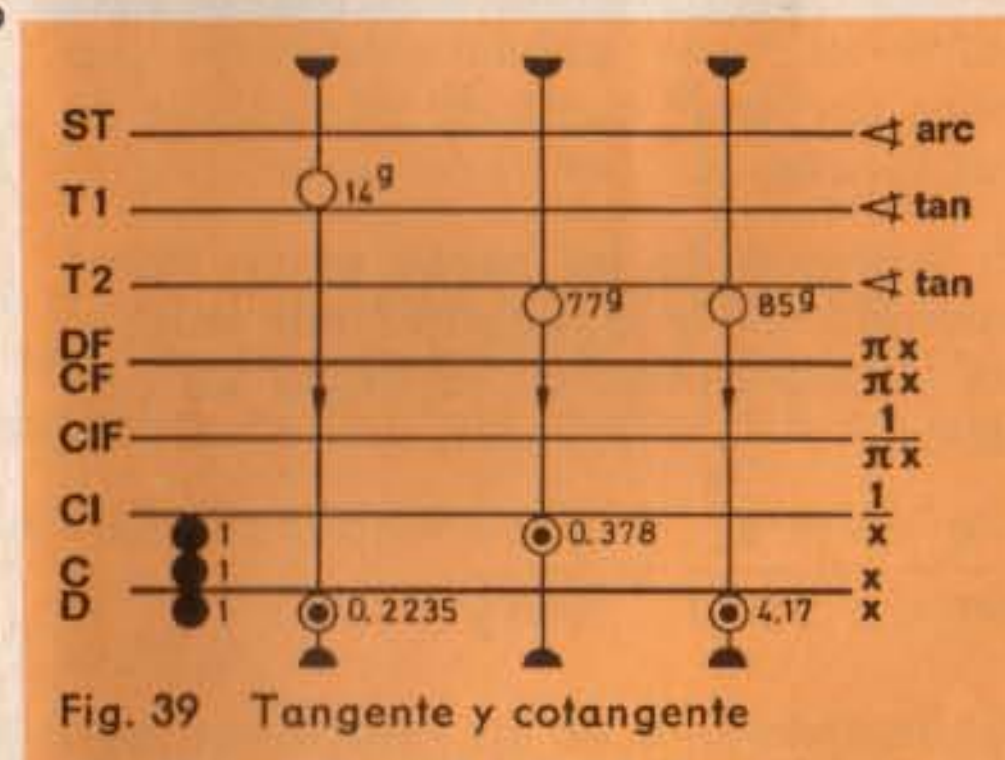


Fig. 39 Tangente y cotangente

$$15.6.3 \quad \sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \cos (100^g - \alpha) \approx \cot (100^g - \alpha) \approx \frac{\pi}{200^g} \alpha^g = 0,01571 \alpha$$

Para senos de ángulos grandes y cosenos de ángulos pequeños se hace una aproximación mediante el principio de desarrollo en serie.

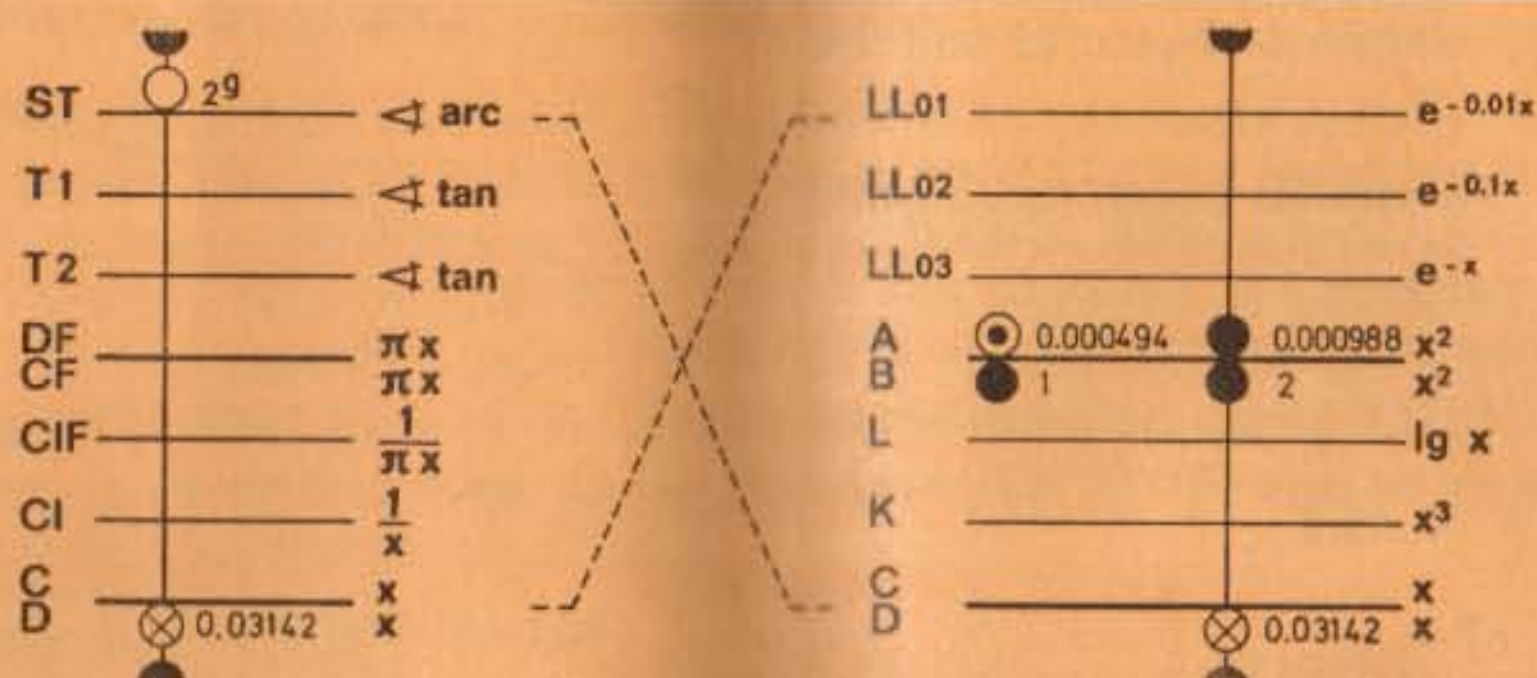


Fig. 40 $\cos 2^g = 0,999\,506$

Ejemplos: $\cos 2^g = 1 - \frac{0,03142^2}{2} = 1 - 0,000494 = 0,999506$

$\sin 95^g = \cos 5^g = 1 - \frac{0,0786^2}{2} = 1 - 0,00308 = 0,99692$

15.6.4 La escala ST en la ARISTO-Studio 400^g es una escala fundamental desplazada en $\frac{\pi}{200}$. El uno de esta escala es la marca de graduación para $\frac{\pi}{200}$.

a) $0,1^g = 0,001571 \text{ rad}$

b) $10^g = 0,1571 \text{ rad}$

c) $0,5^g = 0,007854 \text{ rad}$

d) $5^g = 0,07854 \text{ rad}$

15.6.5 La sucesión de números de la marca ρ es igual para grados centesimales, minutos centesimales y segundos centesimales, debido a la subdivisión decimal de los grados centesimales.

$$\begin{aligned}\rho^g &= 63,66 \\ \rho^c &= 6366 \\ \rho^{cc} &= 636600\end{aligned}$$

16. Cálculo trigonométrico de triángulos planos

La ventaja de las escalas trigonométricas no reside solamente en poder leer funciones trigonométricas. Más importante es, que puede calcularse con ellas sin tener que leer los valores de las funciones.

El teorema de los senos es un típico ejemplo de la aplicación del cálculo de proporciones en la regla de cálculo:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

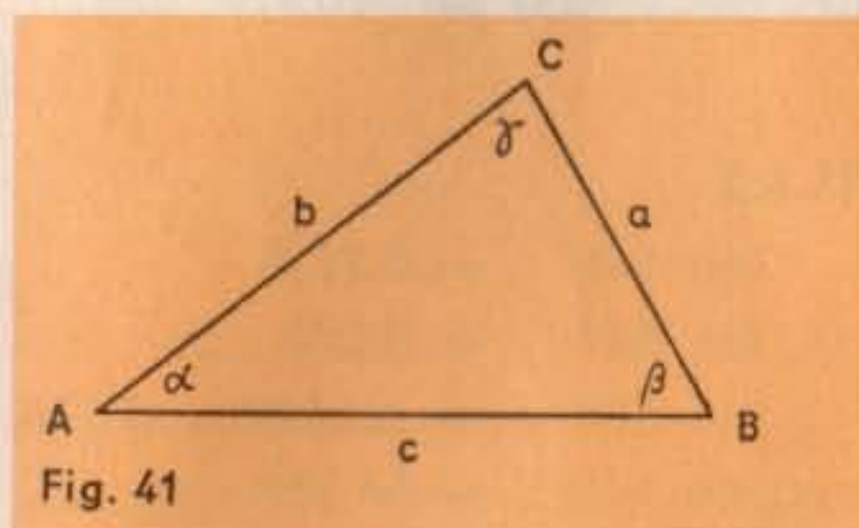


Fig. 41

Colocando una de las relaciones, para lo cual basta graduar frente a la longitud del lado en la escala C el ángulo opuesto en la escala S, están colocadas todas las demás, de forma que puede leerse para cada lado el ángulo opuesto y recíprocamente para cada ángulo el lado opuesto.

El caso más frecuente en la práctica es el cálculo de triángulos rectángulos. En este caso particular es $\gamma = 90^\circ$ y con ello $\sin \gamma = 1$, así como $\sin \alpha = \cos \beta$ y $\sin \beta = \cos \alpha$.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{1} = \frac{a}{\cos \beta} = \frac{b}{\cos \alpha}$$

Además es: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

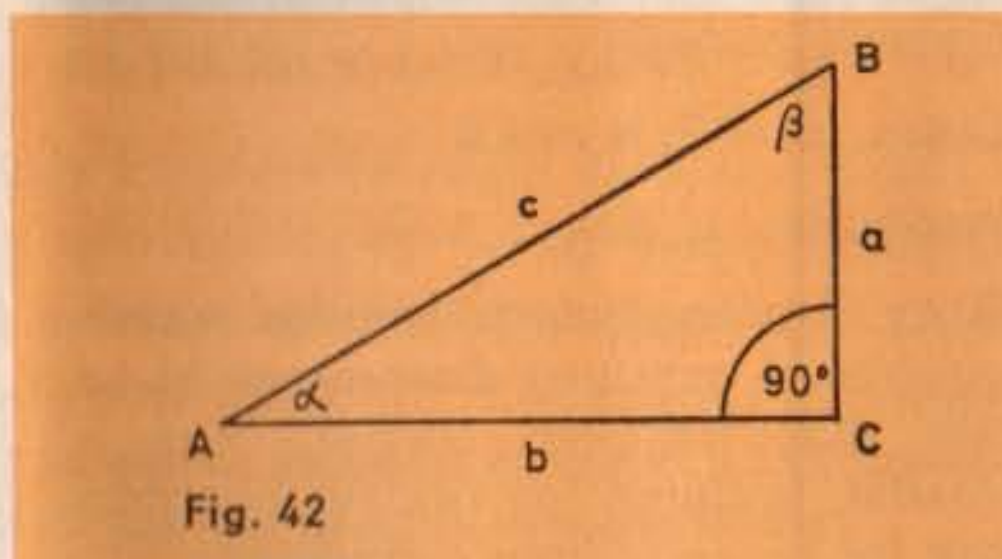


Fig. 42

Según los datos tendremos dos formas de resolución:

1. Se dan dos datos cualesquiera (excepto los del caso 2).
2. Se dan los catetos a y b.

Ejemplo para 1:

Datos: $c = 5, a = 3$

Incógnitas: α, β, b

Considérese: $\beta = 90^\circ - \alpha$

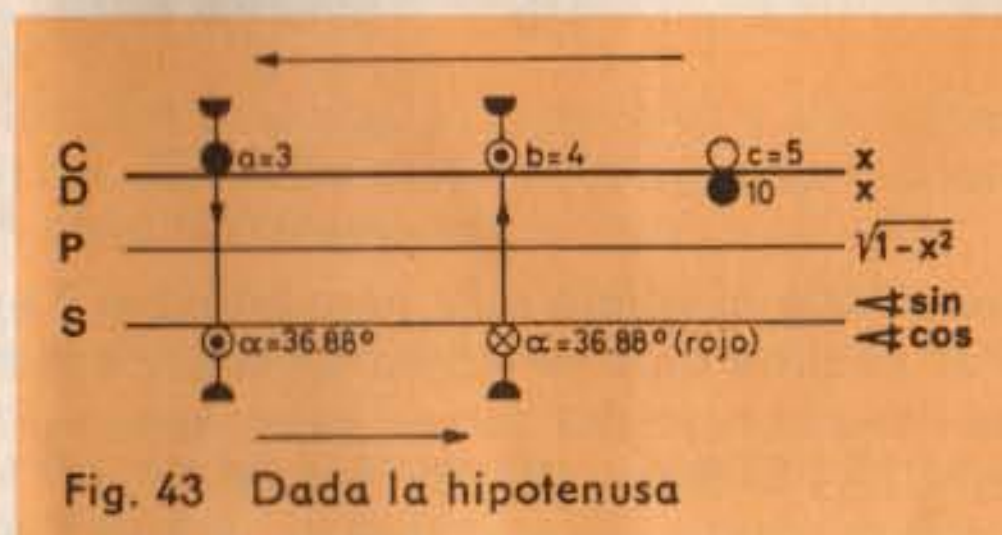


Fig. 43 Dada la hipotenusa

Colocando frente a la hipotenusa 5 de la escala C el 1 de la escala D como valor correspondiente al $\sin 90^\circ$, se encontrará frente al cateto 3 de C el ángulo $\alpha = 36,88^\circ$ correspondiente en la escala S. Sin mover la reglilla, se coloca el cursor sobre el $36,88^\circ$ de la numeración roja de la escala S. Entonces puede efectuarse en C la lectura del lado $b = 4$, opuesto al ángulo β .

Correspondientemente procederemos, cuando los datos son un cateto y un ángulo, graduando la relación entre el cateto y el seno del ángulo opuesto con las escalas S y C. Algunas veces es más conveniente calcular con la escala CF en vez de la C, para evitar un «corrimiento» de la reglilla.

Ejemplo para 2:

Datos: $a = 3, b = 6$

Incógnitas: α, β, c

$$\tan \alpha = \frac{3}{6} = 3 \cdot \frac{1}{6}$$

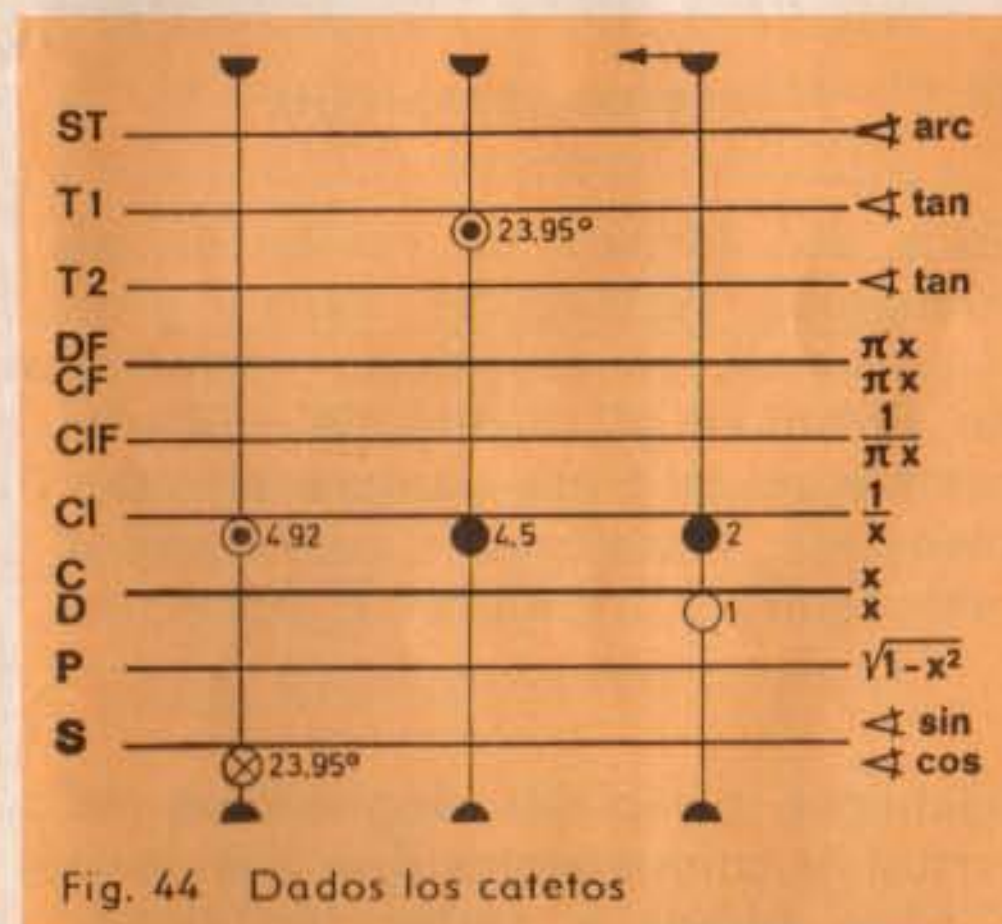


Fig. 44 Dados los catetos

Colocamos el 1 de la escala C sobre el cateto más pequeño 3 y encontramos sobre el 6 de la escala CI el ángulo $\alpha = 26,6^\circ$ en la escala T1. Si para la misma posición de la reglilla se coloca el cursor sobre el $26,6^\circ$ de la escala S, se encuentra el resultado $c = 6,71$ en la escala CI, ya que de $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ resulta la

$$\text{proporción } \frac{a}{1} = \frac{\sin \alpha}{1/c}. \beta = 90^\circ - 26,6^\circ = 63,4^\circ.$$

Si $a > b$, es decir $\alpha > 45^\circ$, el ángulo no se lee en la escala T1 sino en la T2. El proceso de cálculo siguiente es igual al descrito en el ejemplo anterior.

En el caso de $a > b$, o sea $\alpha > 45^\circ$, no se lee el ángulo en la escala T1, sino en T2. La marcha siguiente del cálculo es la misma que en el ejemplo anteriormente descrito:

Ejemplo para 2:

Datos: $a = 2$, $b = 4,5$

Incógnitas: α , β , c

Si en el cálculo de triángulos rectangulares se procura denominar el cateto más pequeño siempre con a , pueden hallarse los valores buscados con las proporciones siguientes.

$$\frac{1}{1/a} = \frac{\tan \alpha}{1/b} = \frac{\sin \alpha}{1/c}$$

Se coloca el cateto más pequeño $a = 2$ en CI, sobre el 1 derecho de la escala D. Por encima de $b = 4,5$ en CI se lee en ángulo $\alpha = 23,95^\circ$ en T1. A continuación se lleva la raya del cursor sobre $\sin \alpha = 23,95^\circ$ en S y se lee la hipotenusa $c = 4,92$ en CI. $\beta = 90^\circ - 23,95^\circ = 66,05^\circ$.

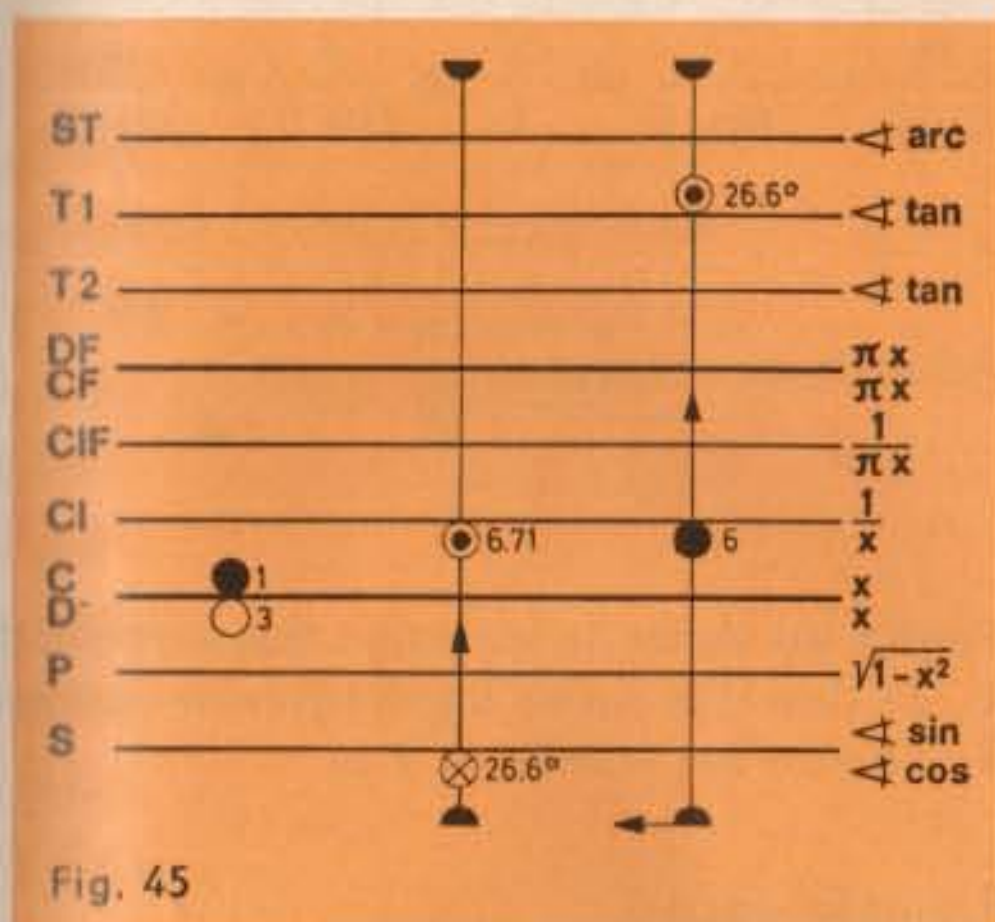


Fig. 45

16.1 Números complejos

Estas dos formas de resolución de triángulos rectángulos tienen gran importancia en el cálculo vectorial, así como en el cálculo de números complejos. Se trata siempre en estos casos de transformar coordenadas rectangulares a polares y viceversa.

Números complejos expresados en forma de componentes $Z = a + ib$ se pueden sumar y restar fácilmente, mientras que por el contrario la forma vectorial $Z = r \cdot e^{i\varphi} = r/\varphi$, es necesaria para multiplicar, dividir o potenciar. Por este motivo resulta tan frecuente la conversión de una forma en otra.

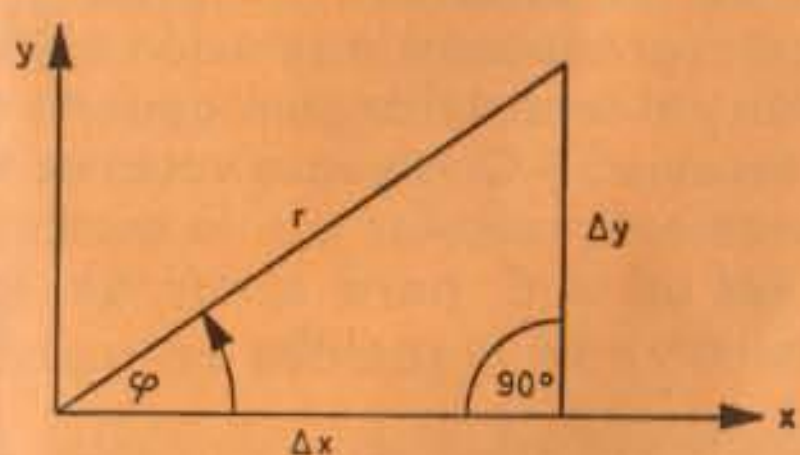


Fig. 46 $\Delta x, \Delta y \longleftrightarrow r, \varphi$

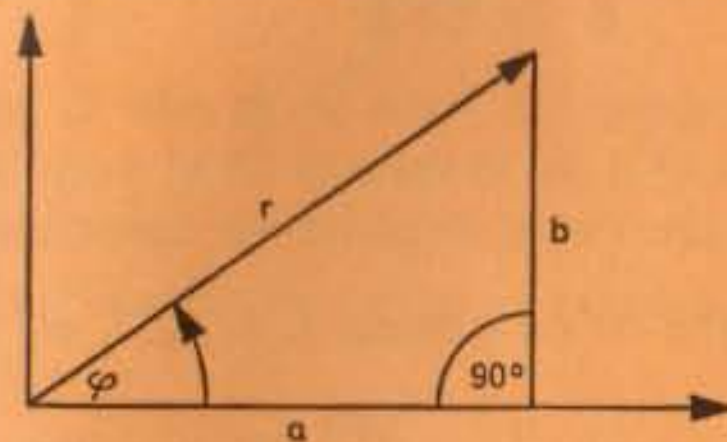


Fig. 47 $Z = a + ib = r/\varphi$

Ejemplos: $Z = 4,5 + i 1,3 = 4,68 / 16,13^\circ$ $Z = 6,7 / 49^\circ = 4,39 + i 5,05$

El proceso de cálculo resulta de las explicaciones anteriores y de la fig. 47.

17. Las escalas exponenciales LL1-LL3 y LL01-LL03

Las escalas exponenciales están divididas logarítmicamente de forma doble y referidas a las escalas fundamentales. El intervalo de 10^{-5} a 10^5 está dividido en seis escalas. Las tres escalas e^{-x} (LL0) abarcan el intervalo desde 10^{-5} hasta 0,99 y las tres escalas e^x (LL) el intervalo 1,01 hasta 10^5 . Las escalas exponenciales son escalas con colocación fija de la coma, es decir el valor 1,35 significa tan solo 1,35 y no 13,5 o 135 como ocurre con las escalas fundamentales.

Las escalas LL y LL0 son recíprocas entre sí. Con ellas pueden ser calculados los valores recíprocos de los números 2,5 con mayor exactitud que con las escalas CI o CIF.

$$\text{Ejemplo: } \frac{1}{1,0170} = 0,98328$$

Con las escalas exponenciales se transforman cálculos de potencias y de raíces en una adición o sustracción de segmentos. Con ello pueden calcularse cualesquiera potencias, raíces y logaritmos dentro del intervalo.

17.1 Potencias y raíces de exponente o índice 10 y 100

Las escalas exponenciales están colocadas de tal forma, que al pasar de una escala LL a la contigua se calcula respectivamente la potencia de exponente 10 o la raíz de este índice según sea el sentido de paso. Las variaciones posibles pueden verse en la fig. 48 y en los ejemplos.

Ejemplos:

$1,015^{10} = 1,1605$	LL2
$1,015^{100} = 4,43$	LL3
$1,015^{-100} = 0,2257 = 1/4,43$	LL03
$1,015^{-10} = 0,8617 = 1/1,1605$	LL02
$1,015^{-1} = 0,98522 = 1/1,015$	LL01

lectura en
la escala

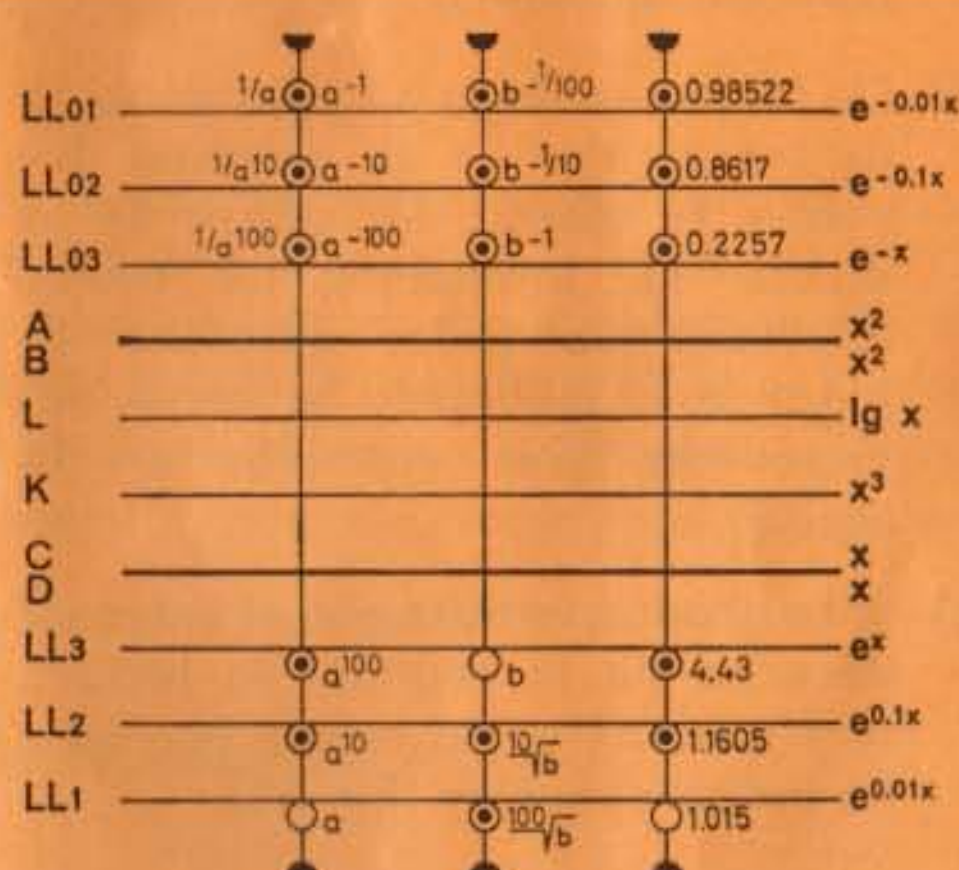


Fig. 48 Relación entre las escalas LL

Estos casos se presentan pocas veces en la práctica, pero sirven para facilitar la comprensión del funcionamiento de las escalas exponenciales.

17.2 Potencias $y = a^x$

Análogamente a la multiplicación con las escalas fundamentales, se eleva a un número a cualquier exponente con las escalas LL y la escala fundamental C.

Proceso del cálculo:

- Con la ayuda del cursor se coloca el principio o final de la escala C sobre el valor de la base «a» en la escala LL correspondiente.
- Graduación del exponente x sobre la escala C moviendo el cursor.
- Se lee la potencia bajo el cursor en la escala LL adecuada.

Mediante la graduación del valor de la base se obtiene la posición adecuada para calcular una tabla de valores para la función $y = a^x$. La fig. 49 presenta la posición de la función $y = 3,2^x$, encontrándose el cursor sobre el exponente $x = 2,5$ y sus variaciones decimales.

Ejemplos:

$$3,2^{2,5} = 18,3$$

$$3,2^{0,25} = 1,338$$

$$3,2^{0,025} = 1,02955$$

$$3,2^{-2,5} = 0,0546$$

$$3,2^{-0,25} = 0,7476$$

$$3,2^{-0,025} = 0,97134$$

$$3,2^{3,1} = 36,8$$

$$3,2^{0,36} = 1,52$$

Lectura en
la escala

LL3

LL2

LL1

LL03

LL02

LL01

LL3

LL2

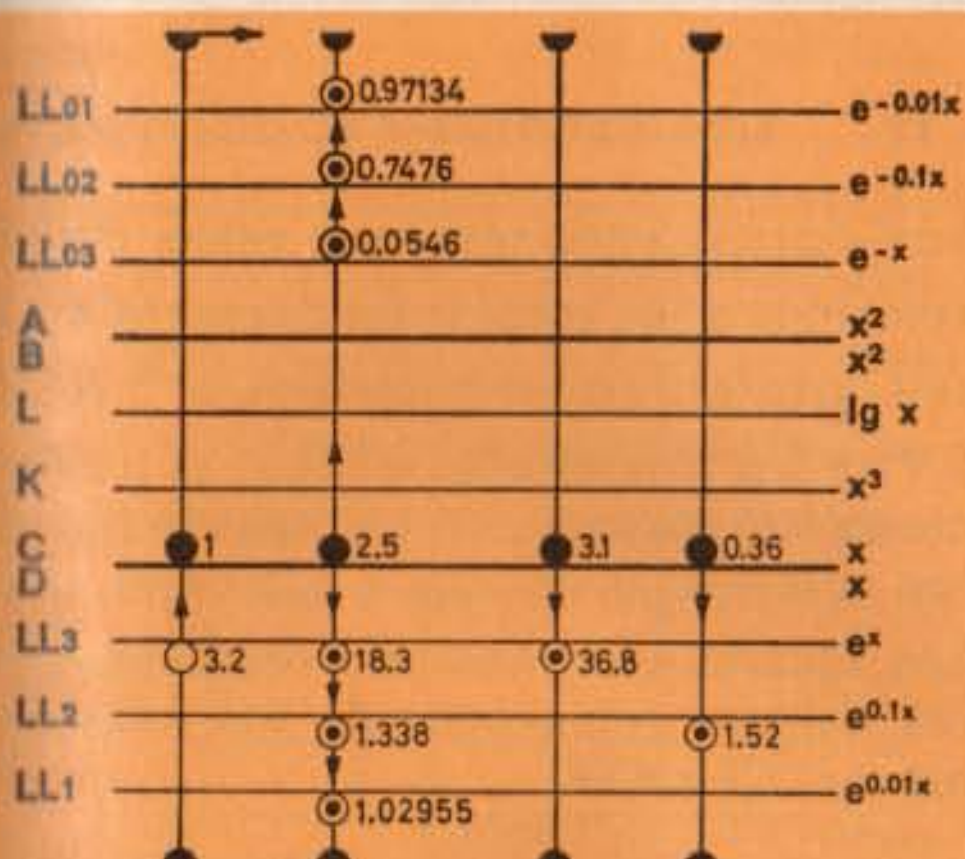


Fig. 49 Potencias

Reglas para la lectura de $y = a^x$

a) Para exponentes x positivos tendremos la graduación y el resultado en el mismo grupo de escalas LL1—LL3 o bien LL01—LL03, es decir, en las del mismo color. Para exponentes x negativos hay que pasar de un grupo a otro (cambio de color).

b) De forma análoga a la designación de las escalas en su extremo derecho, se efectúa la lectura en la escala LL inmediata de índice inferior, cuando se desplaza un lugar a la izquierda la coma del exponente (ver ejemplos en la fig. 49).

c) Si se gradúa la base con el extremo derecho de la reglilla, la lectura se efectuará en la escala contigua de índice superior (fig. 52).

Para $0 < a < 1$ las potencias con exponente positivo se encontrarán en el grupo de escalas LL01—LL03 y las de exponente negativo en el grupo LL1—LL3.

Ejemplos:

$$0,85^{3,25} = 0,5896$$

$$0,85^{-3,25} = 1,696$$

$$1,46^{2,7} = 2,78$$

$$1,46^{-2,7} = 0,36$$

$$0,685^{2,7} = 0,36$$

$$0,685^{-2,7} = 2,78$$

véase fig. 50

véase fig. 51
o fig. 52

Para estos ejemplos son posibles dos soluciones, ya que puede colocarse el principio o el final de la reglilla sobre la base.

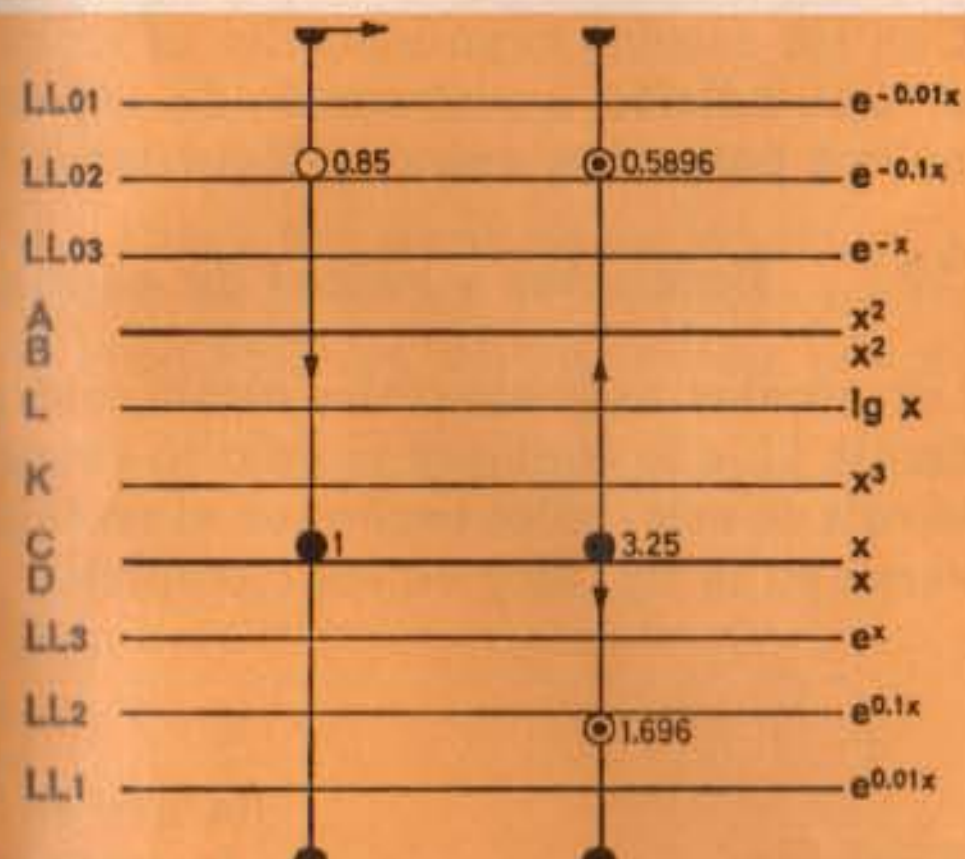


Fig. 50 Base < 1

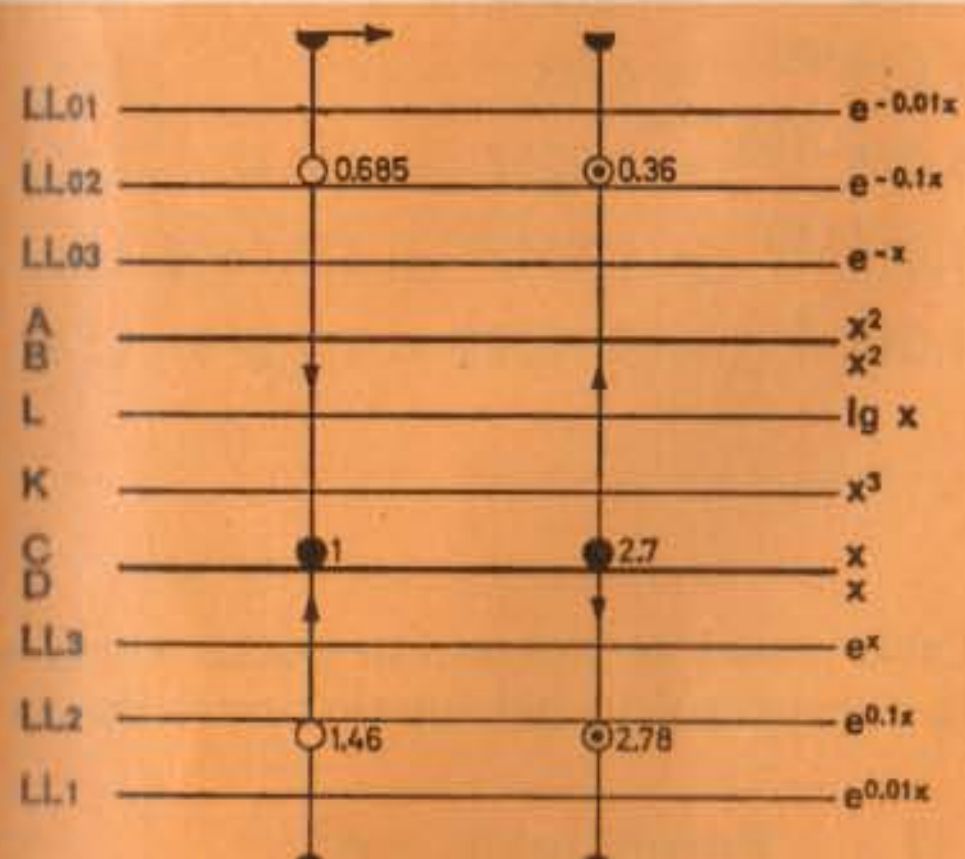


Fig. 51 Principio de C sobre la base

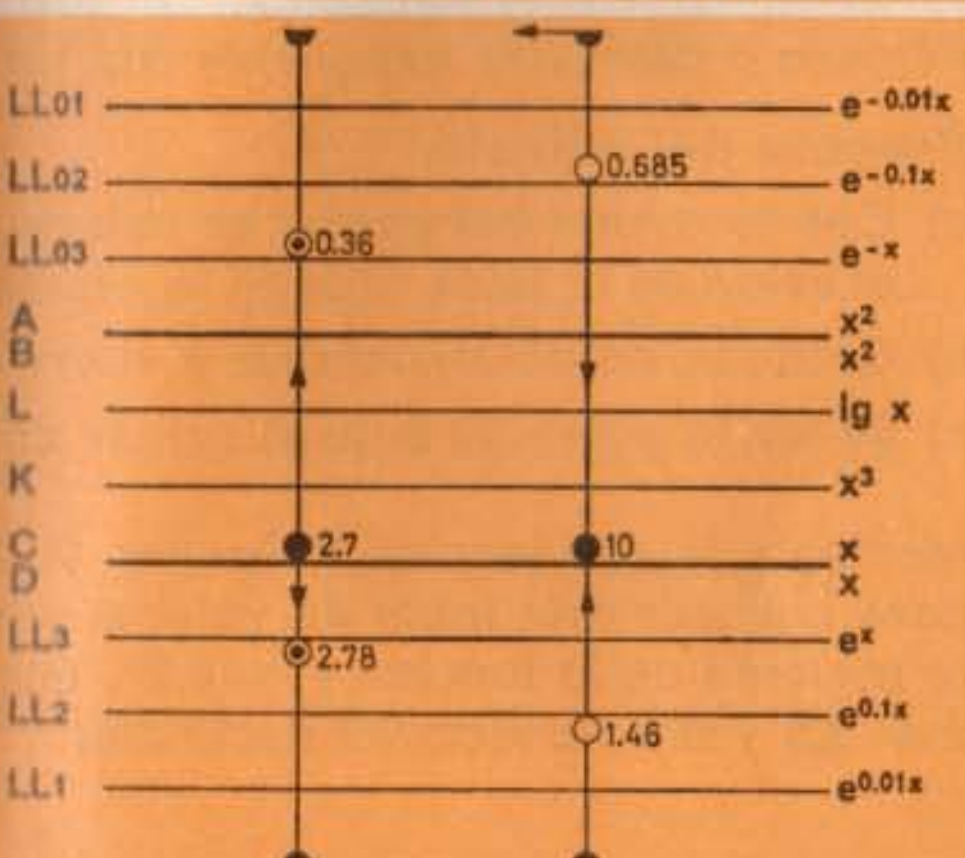


Fig. 52 Final de C sobre la base

17.3 Casos particulares de $y = a^x$

Las posibilidades de variación del exponente y de la base están limitadas por el intervalo de las escalas exponenciales.

17.3.1 $y < 100000$ e $y < 0,00001$

Cuando el resultado de una potencia sobrepasa el alcance de las escalas exponenciales, debe descomponerse el exponente en sumandos y con ello la potencia en factores.

Ejemplo:

$$3,14^{19} = 3,14^{6+6+7} = (3,14^6)^2 \cdot 3,14^7 = 0,96^2 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^3 = 2,76 \cdot 10^9$$

Para exponentes negativos el proceso es el mismo.

17.3.2 $0,99 < y < 1,01$

Cuando el valor de una potencia resulta comprendido entre 0,99 y 1,01, el resultado no puede ser hallado en las escalas LL por tratarse de un exponente pequeño.

El desarrollo en serie:

$$a^{\pm x} = 1 \pm \frac{x}{1!} \ln a + \frac{x^2}{2!} \ln^2 a \pm \frac{x^3}{3!} \ln^3 a + \dots$$

nos da para estos casos una aproximación:

$$a^{\pm x} \approx 1 \pm x \cdot \ln a \quad \text{para } |x \cdot \ln a| \ll 1$$

Cuando colocamos el 1 de la escala C con ayuda del cursor sobre la base «a» en la escala LL, también se encontrará el 1 sobre el valor $\ln a$ en la escala D (ver párrafos 17.4 y 17.6), y ahora una multiplicación por x desplazando el cursor a este valor de la escala C, da sobre la escala D la lectura $x \cdot \ln a$. Si este valor intermedio lo sumamos o restamos de 1, se obtiene el valor de la potencia $a^{\pm x}$ deseado. Cuanto más pequeño sea el exponente, tanto más exacto es el resultado.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 3,2^{0,0025} &\approx 1 + 0,0025 \cdot \ln 3,2 && \text{(continuación del ejemplo } 3,2^x) \\ &\approx 1 + 0,002908 = 1,002908 \\ 3,2^{-0,0025} &\approx 1 - 0,002908 = 0,997092 \end{aligned}$$

Si se desplaza la coma del exponente haciéndole todavía menor, el resultado no difiere más que en el número de ceros o nueves después de la coma.

$$3,2^{0,00025} = 1,0002908$$

17.3.3 $0,99 < a < 1,01$

Cuando en la potencia $y = a^x$, la base está comprendida entre 0,99 y 1,01, se usa también una aproximación.

Según el desarrollo en serie anterior vale $a^{\pm x} \approx 1 \pm x \cdot \ln a$. Como a vale aproximadamente 1, puede escribirse: $a = 1 \pm n$. Con lo cual resulta:

$$a^x = (1 \pm n)^x \approx 1 + x \cdot \ln (1 \pm n)$$

$$\ln (1 \pm n) = \pm n - \frac{n^2}{2} \pm \frac{n^3}{3} - \dots$$

$$\ln (1 \pm n) \approx \pm n \quad (\text{para } |n| \ll 1)$$

$$(1 \pm n)^x \approx 1 \pm nx \quad (\text{para } |nx| \ll 1)$$

$$(1 \pm n)^{-x} \approx 1 \mp nx \quad (\text{para } |nx| \ll 1)$$

Cuando el alcance de las escalas LL no es suficiente para la graduación de la base «a», se usa la escala D como una escala LL, con la diferencia de que en vez de colocar $a = 1 \pm n$, se coloca el valor $|n|$.

Colocando el 1 de la escala C sobre «n» en la escala D, la colocación es prácticamente idéntica a la de $1 \pm n$ en una escala exponencial, por lo que puede suponerse continuación de esta con el alcance 1,001 hasta 1,01 o 0,99 hasta 0,999, etc. Para valores de «n» decrecientes, la aproximación $\ln(1 \pm n) \approx \pm n$ va siendo más exacta.

La potencia se forma como siempre, solamente que ahora se trata de una simple multiplicación $n \cdot x$. El resultado leído en D tiene que ser completado sumándolo o restándolo de uno. Si con exponentes mayores se alcanza el intervalo de las escalas LL existentes, se lee directamente el resultado en la escala exponencial correspondiente.

Ejemplos:

$$1,0023^{3,7} = (1 + 0,0023)^{3,7} = 1,00851$$

$$1,0023^{37} = 1,0888$$

$$0,9977^{3,7} = (1 - 0,0023)^{3,7} = 0,99149$$

$$0,9977^{37} = 0,9184$$

Lectura en la escala

Sumar D a 1

LL1

Restar D de 1

LL01

Colocando el cursor sobre el principio de la escala D, la separación entre la raya del cursor y el valor 1,01 de la escala LL, da una idea del máximo error que puede cometerse con estos cálculos aproximados. Los errores en la aproximación son máximos, cuando se gradúa y se lee en la escala auxiliar D.

17.3.4 Mejora en la exactitud del cálculo

Se alcanza mayor exactitud, cuando la discrepancia entre la escala fundamental y la escala exponencial exacta en el intervalo 1,001 hasta 1,01 se corrige teniendo en cuenta el término cuadrático del desarrollo en serie.

A) $\ln(1 \pm n) \approx \pm n (1 \mp n/2)$ al poner la base en la escala D.

B) $e^{\pm x} \approx 1 \pm x (1 \pm x/2)$ al leer en la escala D.

Si el resultado fuese leído en una escala exponencial, basta la corrección A para la graduación en la escala D. Cuando todo el cálculo se hace con D, debe de corregirse la graduación y la lectura (fórmula B).

Ejemplo:

$$1,0023^{3,7} = 1,00854$$

$$0,0023 \cdot (1 - 1/2 \cdot 0,0023) = 0,0023 \cdot 0,99885 = 0,002297 \text{ que se colocará en vez de } n = 0,0023 \text{ en la escala D con el 1 de la reglilla.}$$

La «potenciación» $1 + 0,002297 \cdot 3,7$ da 1,00850. Como la lectura se hizo en la escala D, es necesario corregir con la fórmula B:

$$0,00850 \cdot (1 + 1/2 \cdot 0,00850) = 0,00850 \cdot 1,00425 = 0,00854.$$

Después de sumar 1 el resultado es: 1,00854 (exactamente: 1,0085362).

Este cálculo parece complicado, pero tras haberlo practicado es muy sencillo, pudiendo efectuarse finalmente las correcciones a simple vista. Estas correcciones ya no son necesarias, cuando la base es $< 1,001$, porque entonces se alcanza con la aproximación la precisión de la regla de cálculo.

17.4 Potencias $y = e^x$

$y = e^x$ es un caso especial de cálculo con la reglilla en su posición inicial, ya que entonces la base es el número $e = 2,718$. Como sea que la escala D tiene con respecto a las escalas exponenciales esta colocación, basta la graduación

del exponente mediante el cursor sobre la escala D para potencias de base e. Los resultados de los ejemplos (fijarse solo en las escalas del cuerpo) dan un ejemplo del exponente 1,489 con sus variaciones decimales.

$$e^{1,489} = 4,43$$

$$e^{0,1489} = 1,1605$$

$$e^{0,01489} = 1,015$$

$$e^{-1,489} = 0,2257$$

$$e^{-0,1489} = 0,8617$$

$$e^{-0,01489} = 0,98522$$

Con más variaciones se logra la coincidencia con $e^{\pm x} \approx 1 \pm x$.

$$e^{0,001489} = 1,001489$$

17.5 Raíces $a = \sqrt[x]{y}$

Con las escalas exponenciales pueden extraerse raíces de cualquier radicando. El cálculo de raíces, recíproco del cálculo de potencias, se asemeja al cálculo de una división con las escalas LL y la escala fundamental C. Si se gradúa la potencia $3,2^{2,5} = 18,3$ como se explicó en el apartado 17.2, puede leerse en el

sentido contrario $\sqrt[2,5]{18,3} = 3,2$.

Proceso de cálculo:

- Colocar frente al radicando «y» sobre la escala LL el índice «x» de la raíz sobre la escala C.
- Lectura del valor de la raíz bajo el principio o final de la reglilla sobre la escala LL correspondiente.

Las normas para la lectura dadas en el apartado 17.2 también se aplican aquí. Hay que observar, no obstante, que la lectura bajo el extremo derecho de la reglilla debe de hacerse en la escala inmediata de numeración inferior (LL1—LL3 o LL01—LL03).

Ejemplos:

$$\sqrt[0,77]{21} = 52,1$$

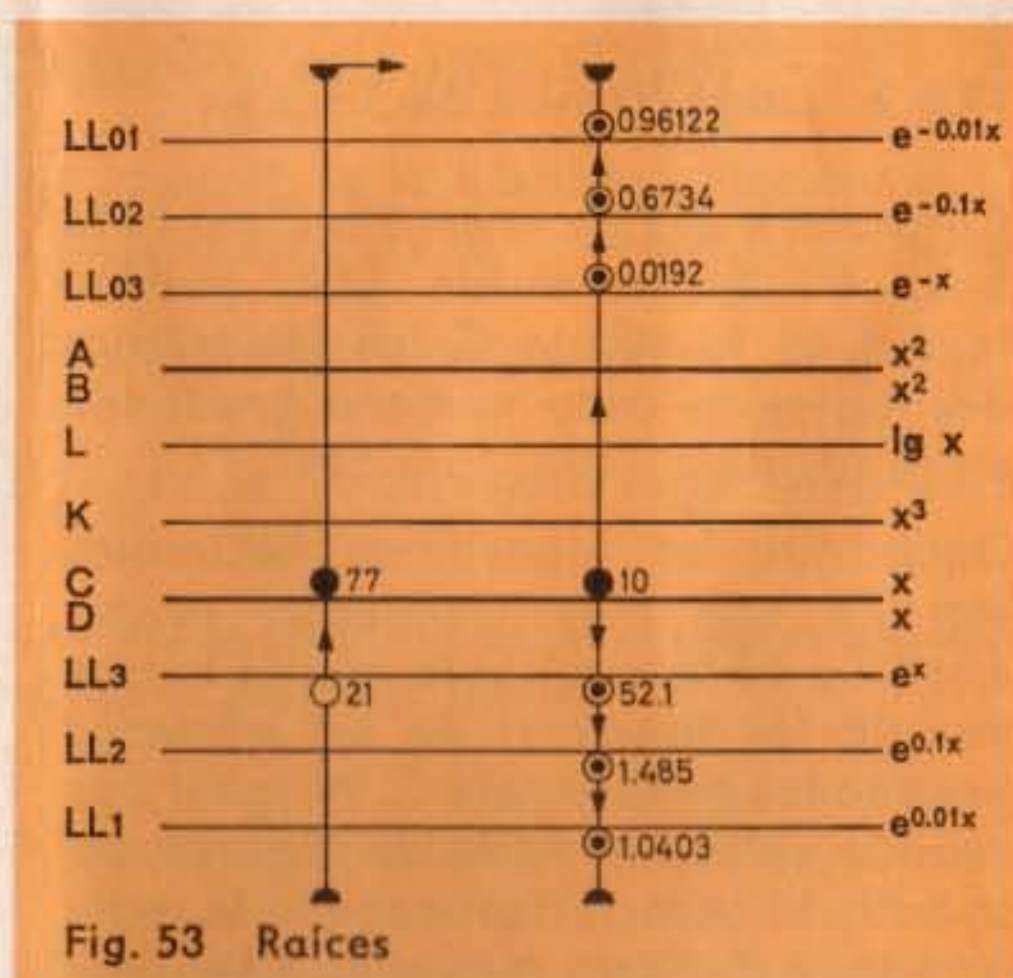
$$\frac{1}{\sqrt[0,77]{21}} = 0,0192$$

$$\sqrt[7,7]{21} = 1,485$$

$$\frac{1}{\sqrt[7,7]{21}} = 0,6734$$

$$\sqrt[77]{21} = 1,0403$$

$$\frac{1}{\sqrt[77]{21}} = 0,96122$$



17.6 Logaritmos

17.6.1 Logaritmos de base cualquiera

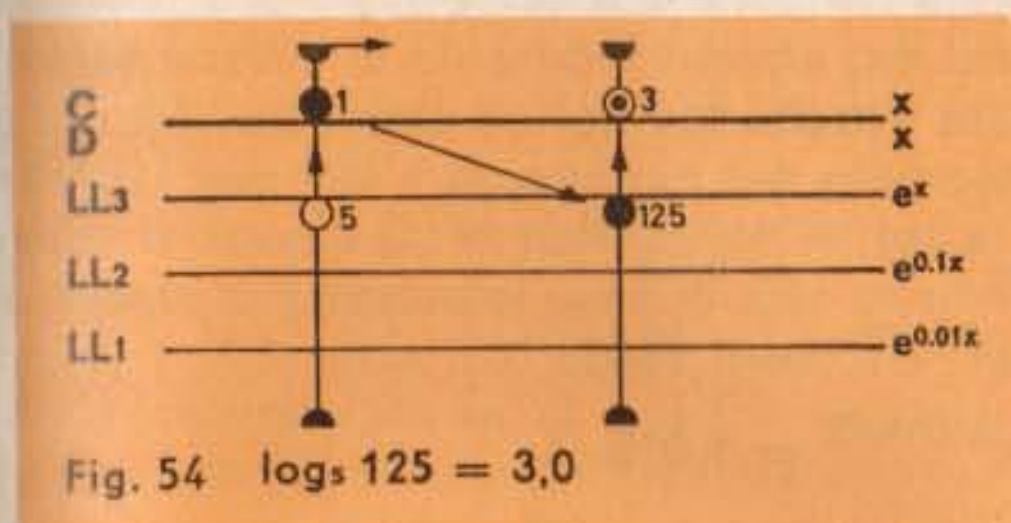
Con las escalas exponenciales puede hallarse cualquier tipo de logaritmos. Los logaritmos son la inversa de la potenciación. La solución se ve mejor escribiendo la potencia y su inversa:

$$y = a^x \quad x = \log_a y \text{ (léase: logaritmo y en base a)}$$

Luego la determinación de un logaritmo coincide con la solución de una potencia, en la que se busca el exponente.

Proceso de cálculo:

- Graduación del cursor sobre el valor de la base «a» en la escala LL.
- Colocar bajo la raya del cursor el extremo inicial o final de la reglilla.
- Graduación del número «y» sobre la escala LL mediante la raya del cursor.
- Lectura del logaritmo bajo la raya del cursor en la escala C.



La posición de la coma se halla según la relación $\log_a a = 1$;

Colocando el principio de la reglilla sobre la base «a», entonces los logaritmos a la derecha del valor «a» serán mayores que 1 y a la izquierda menores que 1.

Normas para la lectura:

- Todo paso a la escala LL contigua — en el orden LL3, LL2, LL1 o LL03, LL02, LL01 — hace que la coma en el logaritmo se corra un lugar a la izquierda, en el orden contrario un lugar a la derecha.
- Los logaritmos serán positivos (negativos), cuando el número y la base están graduados en escalas LL de igual (distinto) color.

Ejemplos para practicar:

$$\log_2 16 = 4,0$$

$$\log_2 1,02 = 0,02857$$

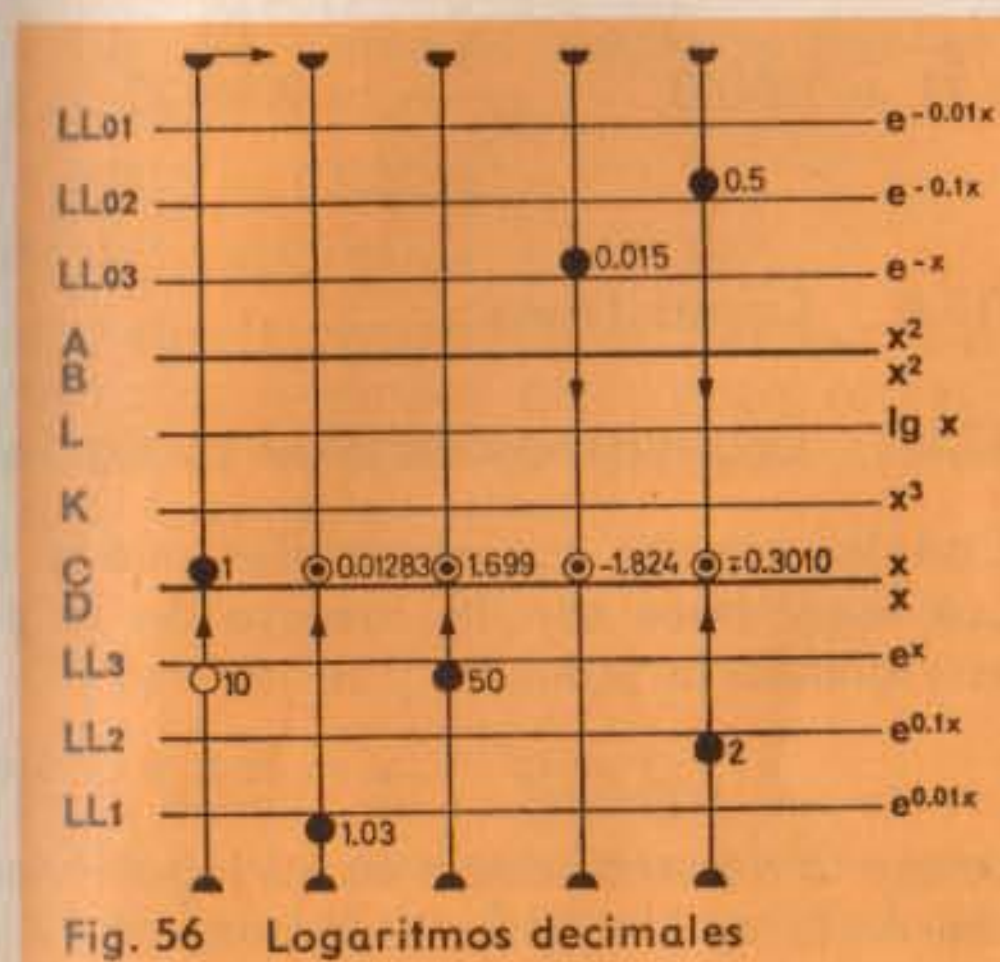
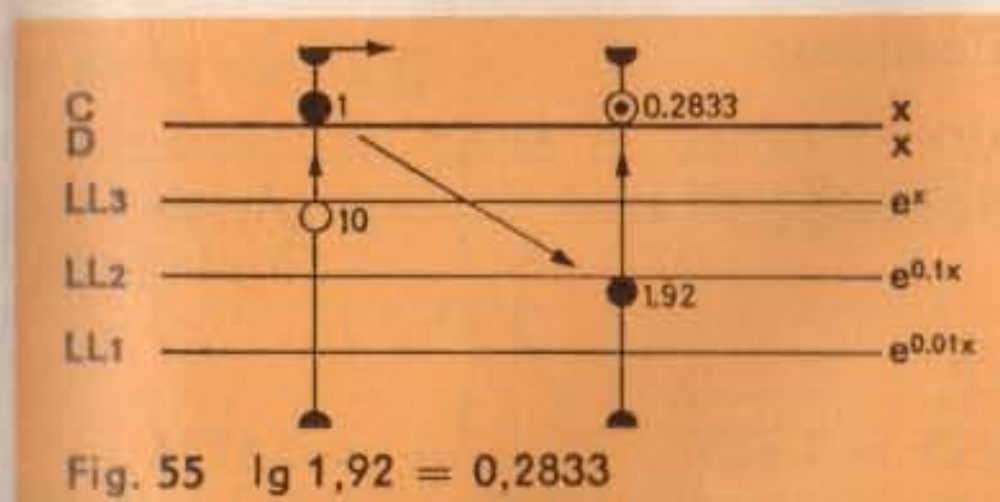
$$\log_2 0,25 = -2$$

17.6.2 Logaritmos decimales

Colocando el 1 de la escala C sobre la base 10 en la escala LL3, pueden leerse en la escala C los logaritmos decimales de cada número graduado en la escala LL (fig. 55 y 56).

Dado que los logaritmos decimales son de uso muy frecuente, se ha añadido en la reglilla la escala L, que nos da las mantisas de los números graduados en la escala C. Al igual que cuando se usa la tabla de logaritmos, se halla la característica según la regla «número de cifras menos 1» y se suma a la mantisa. Sobre cada valor de la escala C se encuentra su logaritmo y a la inversa para cada logaritmo se puede leer directamente su número.

Para el uso de la escala L, se mueve solamente el cursor, encontrándose entonces los logaritmos decimales con mayor facilidad que con las escalas LL. Por el contrario, en el alcance de la escala LL1, pueden leerse resultados más exactos.



Ejemplo: $\lg 1,03 = 0,01283$ con la escala LL1
 $\lg 1,03 = 0,013$ con la escala L

Ejemplos para practicar:

$\log_{10} 50$	$=$	1,699
$\log_{10} 2$	$=$	0,301
$\log_{10} 1,03$	$=$	0,01283
$\log_{10} 0,015$	$=$	-1,824
$\log_{10} 0,5$	$=$	-0,3010
$\log_{10} 0,1$	$=$	-1
$\log_{10} 6$	$=$	0,778
$\log_{10} 1,14$	$=$	0,0569
$\log_{10} 1,015$	$=$	0,00647

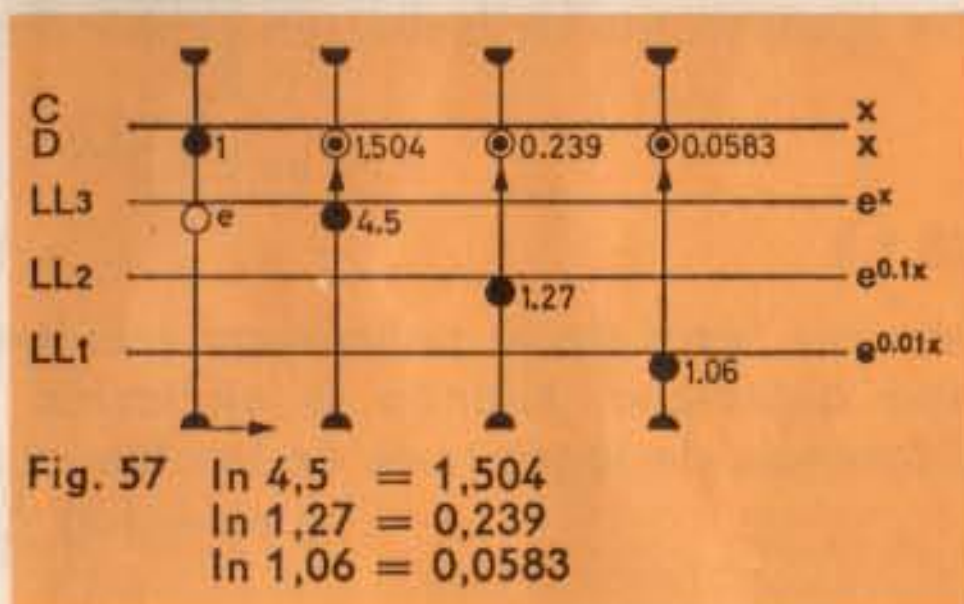
Al graduar con el extremo izquierdo de la escala C se encuentran todas las lecturas a la izquierda del valor básico y son por tanto < 1 ; p. ej.: $\log_{10} 9 = 0,954$. Logaritmos de números < 1 son negativos.

17.6.3 Logaritmos naturales

Los logaritmos naturales de base «e» se encuentran al pasar de las escalas exponenciales a la escala fundamental D (fig. 57).

Ejemplos para practicar:

$\ln 4,375 = 1,475$
 $\ln 0,622 = -0,475$
 $\ln 0,05 = -2,994$



18. Otras aplicaciones de las escalas exponenciales

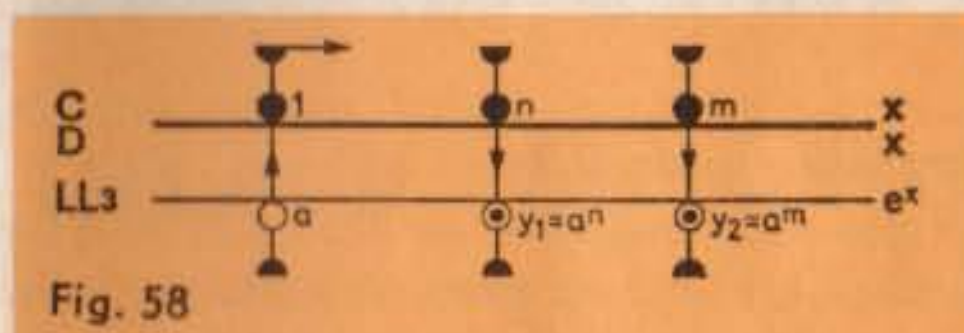
La reglilla del lado exponencial contiene, aparte de la división fundamental C y de la escala de cuadrados B, la escala de mantisas L y la de cubos K, de forma que se pueden calcular aparte de las expresiones normales x^2 , x^3 , \sqrt{x} , $\sqrt[3]{x}$ y $\log x$ también potencias de la forma $a\sqrt{x}$, $a\sqrt[3]{x}$, a^{10x} así como logaritmos de la forma $\log_a^2 x$, $\log_a^3 x$, $\lg \log_a x$.

La escala CF puede usarse también en relación con las escalas exponenciales, para evitar un «corrimiento» de la reglilla al calcular tablas.

18.1 Cálculo de proporciones con las escalas exponenciales

Si se gradúa el valor de una base «a» con el principio de la escala C sobre una escala LL, pueden leerse los valores de las potencias para cualquier exponente o los logaritmos de cualquier número para esa base. Luego la base «a» colocada en una escala LL es un factor de proporcionalidad.

18.1.1 $y_1 = a^n$ $y_2 = a^m$
 $\log y_1 = n \cdot \log a$ $\log y_2 = m \cdot \log a$
 $\frac{\log a}{1} = \frac{\log y_1}{n} = \frac{\log y_2}{m}$
 resp. $\frac{\ln a}{1} = \frac{\ln y_1}{n} = \frac{\ln y_2}{m}$



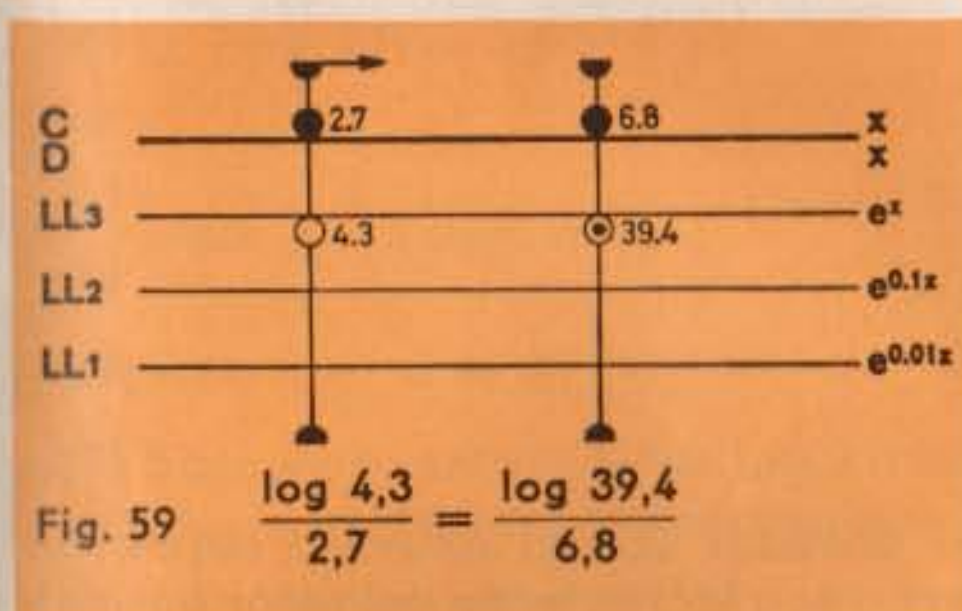
Conociendo tres valores de una proporción, puede calcularse el cuarto, obteniéndose con esta graduación múltiples proporciones más. Se presenta así otro principio de proporciones favorable para el cálculo con la regla, su aplicación depende únicamente en pasar los problemas indicados a esta forma de proporción.

18.1.2

$$y = a^{\frac{m}{n}} \rightarrow \log y = \frac{m}{n} \log a$$

$$\frac{\log y}{m} = \frac{\log a}{n}$$

$$y = 4,3^{\frac{6,8}{2,7}} \rightarrow \frac{\log y}{6,8} = \frac{\log 4,3}{2,7}$$



Colocando el 4,3 de la escala LL3 frente al 2,7 de la escala C, puede leerse bajo el 6,8 de C el resultado 39,4 en la escala LL3.

De igual forma se resuelven problemas parecidos:

$$y = \sqrt[2,7]{4,3^{6,8}} \quad \text{o} \quad y^{2,7} = 4,3^{6,8}$$

18.1.3

Muchas leyes de la naturaleza pueden escribirse en forma de proporción del tipo antedicho, cuando la variación de una variable es proporcional a la diferencia de logaritmos de la otra variable:

$$\log y_2 - \log y_1 = \text{const} (x_2 - x_1)$$

Al ser: $\log a - \log b = \log \frac{a}{b},$

puede transformarse la ecuación:

$$\log \frac{y_2}{y_1} = \text{const} (x_2 - x_1)$$

Una variación de x_1 a x_2 en el intervalo «i», trae como consecuencia una variación de y_1 a y_2 . Llamando r a la relación $\frac{y_1}{y_2}$, es decir, la fracción que queda de la cantidad inicial, la ecuación se convierte en:

$$\frac{\log r}{i} = \text{const} = \frac{\log r_1}{i_1} = \frac{\log r_2}{i_2} = \dots$$

Ejemplo: Desintegración radiactiva.

Un elemento se desintegra en 30 días un 40%, quedando el 60%.

¿Al cabo de cuánto tiempo existirá solamente el 20%?

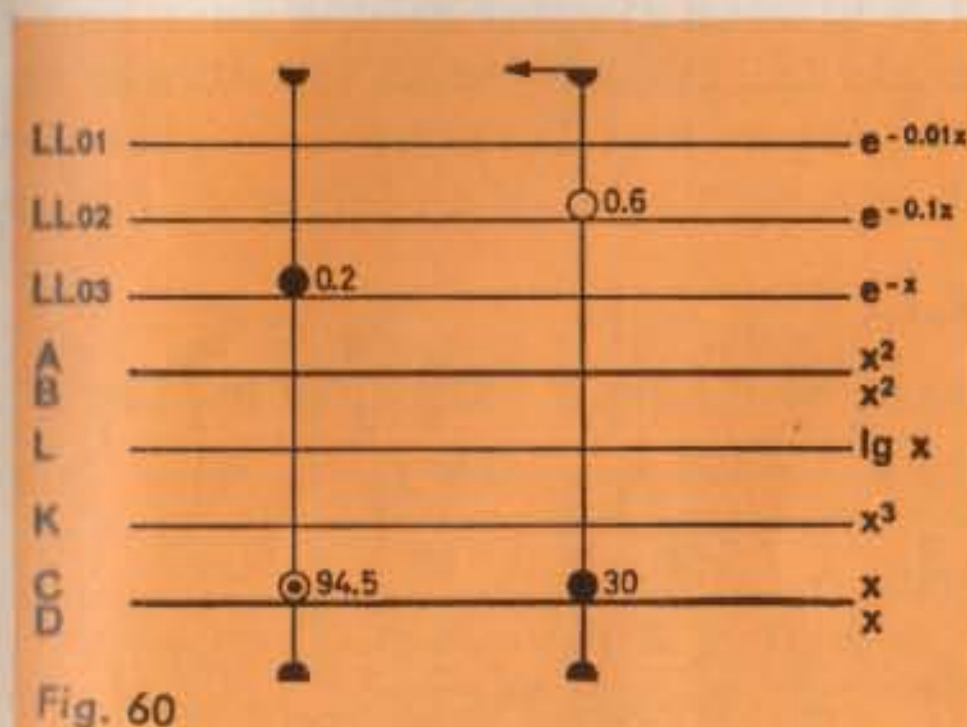
$$i_1 = 30$$

$$r_1 = 0,6$$

$$r_2 = 0,2$$

$$\frac{\log 0,6}{30} = \frac{\log 0,2}{x}$$

$$x = 94,5 \text{ días}$$



18.1.4

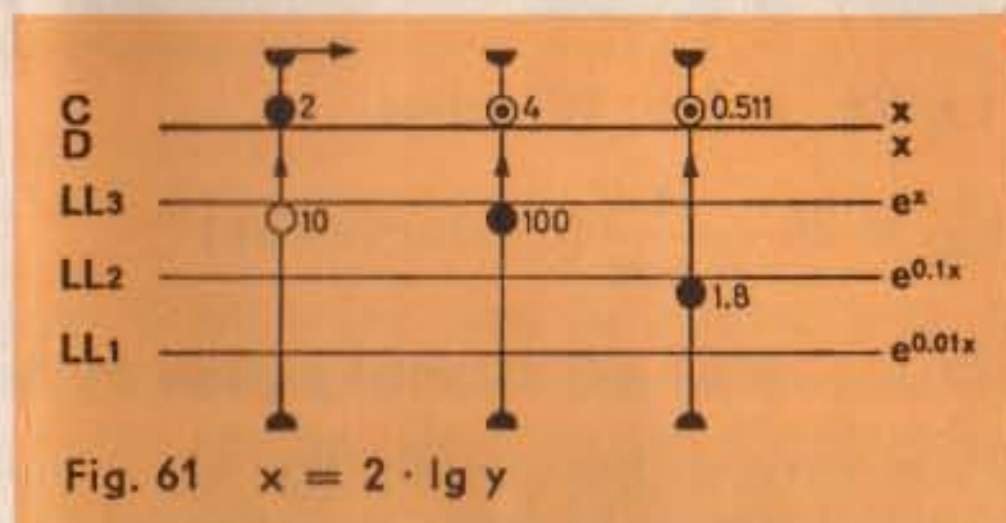
Si se desea multiplicar un logaritmo por una cifra constante, se coloca enfrente de la constante en la escala C la base del logaritmo en la escala LL, obteniendo así una disposición tabular que permite hallar las multiplicaciones de la constante con los logaritmos de la base.

Para $x = c \cdot \log_a y$ se escriben en forma de proporción:

$$\frac{x}{\log_a y} = \frac{c}{1} = \frac{c}{\log_a a}$$

$$2 \cdot \log_{10} 100 = 4$$

$$2 \cdot \log_{10} 1,8 = 0,511$$



Todos los logaritmos en base 10 pueden ser multiplicados, según muestra la fig. 61, con el factor 2. Con las escalas LL0 también los logaritmos de valores < 1 . Es frecuente en electrotécnica tener que hallar los decibelios correspondientes a una relación de voltajes dada:

$$\text{dB} \triangleq 20 \lg \frac{A_1}{A_2}$$

Ejemplos:

$$20 \text{ dB} = 20 \lg 10$$

$$40 \text{ dB} = 20 \lg 100$$

$$5,11 \text{ dB} = 20 \lg 1,8$$

18.2 Funciones hiperbólicas

La adecuada disposición de las escalas exponenciales permite el cálculo de funciones hiperbólicas. Como las potencias de exponente positivo se encuentran frente a las de exponente negativo, basta una graduación del cursor para la lectura de e^{+x} y e^{-x} , a partir de las cuales se calcula fácilmente las funciones hiperbólicas.

$$\text{Sh } x = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x})$$

$$\text{Ch } x = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$$

$$\text{Th } x = \frac{(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})}$$

19. El cursor y sus marcas

19.1 La marca 36 (solamente válida para los tipos nº 868 y 0968)

En la parte superior derecha del anverso del cursor existe una raya corta (fig. 62) que lee el valor 36 en las escalas CF/DF, cuando la raya central larga se halla en el 1 de las escalas C/D. De esta forma resulta una multiplicación por 36, cuando estando el cursor en cualquier posición, se pasa de C/D a CF/DF, resultando una cómoda conversión para los casos siguientes:

1 hora = 3600 segundos

1 m/s = 3,6 km/h

1° = 3600''

100% = 360°

1 año = 360 días

1 kWh = $3,6 \cdot 10^6$ julios

$\kappa_{Al} = 36 \frac{m}{\Omega \text{ mm}}$ (conductividad)

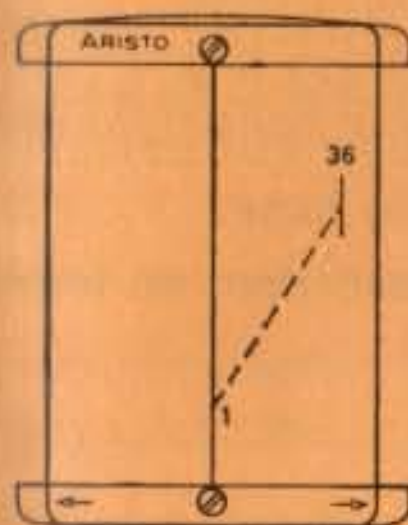


Fig. 62

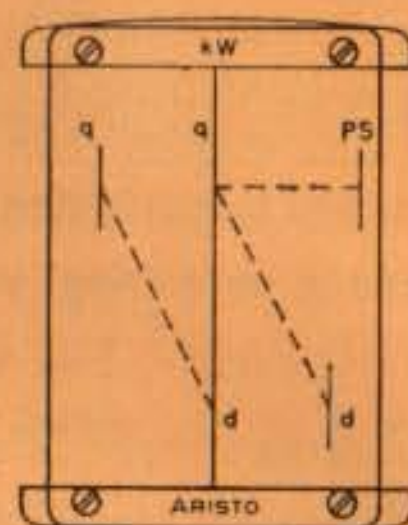


Fig. 63

19.2 Area del círculo y peso de barras de acero

En el reverso del cursor (fig. 63) la distancia desde la raya central hasta las rayas cortas de la parte superior izquierda e inferior derecha es igual al factor $\pi/4 = 0,785$ (respecto a la escala de cuadrados) y sirve para calcular el área del círculo según la fórmula $q = d^2 \cdot \pi/4$. Si la raya central del cursor se lleva sobre el diámetro d en la escala D , puede leerse el área del círculo (o la sección transversal de una barra redonda) arriba en la escala A con la raya de la izquierda. La misma relación existe entre la raya inferior izquierda y la central.

Como sea que la distancia entre las rayas corresponde también al peso específico del acero $7,85 \text{ g/cm}^3$, después de hallar la sección transversal con la raya central, puede leerse con la raya de la izquierda el peso de una barra de acero por unidad de longitud. Por último, llevando el principio de la escala B de la reglilla debajo de la raya superior izquierda del cursor, se obtendrá, moviendo el cursor, el peso de una barra de cualquier longitud.

Esta posibilidad no existe en la n° 01068, ya que en ella el factor $\pi/4$ solo está contenido una vez pasando de la raya derecha inferior a la izquierda superior.

19.3 Las marcas kW y PS (CV)

La separación entre la raya central y la marca superior derecha, da en las escalas de cuadrados el factor de conversión de kW en CV (PS) y recíprocamente (véase fig. 63).

Si se coloca por ejemplo, la raya central sobre 20 kW, la raya superior derecha indica 27,2 CV. Recíprocamente, la colocación de 7 CV con la marca superior derecha, da en la raya central 5,15 kW.

Para cálculos en unidades inglesas se sirven cursores especiales con la marca HP. Este cursor se puede obtener bajo el número de pedido L 0968 E.

En las reglas n° 01068 de 50 cm de longitud, la denominación kW se encuentra en la marca superior izquierda. Se hacen las mismas conversiones con esta marca y la de la derecha, que corresponde a CV.

19.4 Desmontaje del cursor

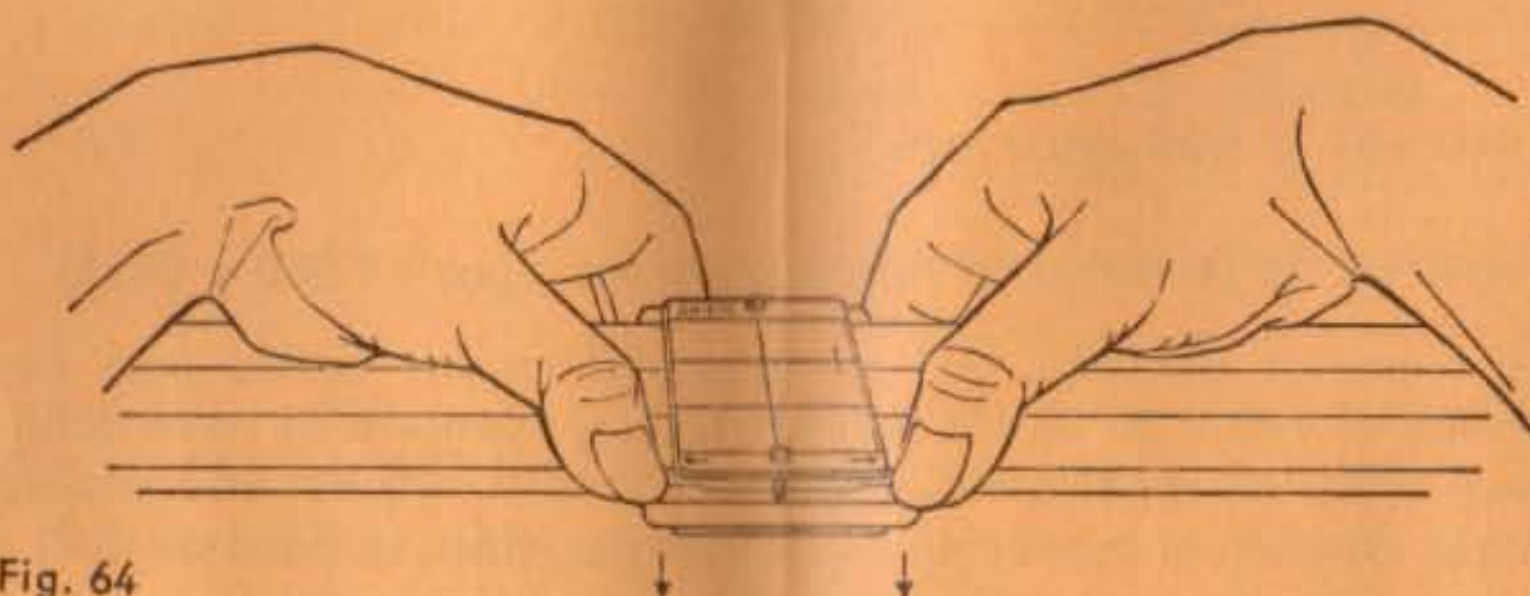


Fig. 64

Las rayas del cursor están ajustadas de tal modo al conjunto de escalas, que siempre es posible pasar de un lado a otro en cualquier cálculo. Con el fin de proceder a la limpieza del cursor éste se puede separar de la regla de cálculo sin que por ello se pierda el ajuste. Los cristales del cursor van fijos a los brazos de éste, por un lado, con cuatro tornillos y, por el otro, con dos que parecen pulsadores. Para separar el cursor de la regla se aprietan hacia abajo con las uñas de los pulgares los extremos marcados con flechas de los brazos del cursor, hasta que se abra el pulsador. El pulsador superior se abre al levantar el cristal y, entonces, el cursor puede quitarse fácilmente.

19.5 Ajuste del cursor

En el caso de que el cursor precise ajuste, p. ej. en el caso de colocar uno de repuesto, se coloca la regla de cálculo sobre una mesa, de tal modo, que el lado del cursor con cuatro tornillos quede hacia arriba. Después de aflojar estos cuatro tornillos con un destornillador adecuado, se da la vuelta a la regla de cálculo y se coloca, lo más exactamente posible, la raya del cursor sobre el final de las escalas trigonométricas. Entonces se da nuevamente la vuelta a la regla de cálculo, con sumo cuidado para no mover el cursor, y sujetándolo bien, se alinea el vidrio superior del cursor con los valores finales 1 de las escalas. Por último se atornillan bien los cuatro tornillos.

20. Escala de números normales 1363 (escala NZ) (solamente para 0968)

20.1 Disposición de la escala NZ

La normalización y la tipificación se han convertido en factores importantes de toda fabricación racional; con ello alcanzan los números normales (NZ) una importancia cada vez mayor en la técnica. Los números normales según DIN 323 son valores seleccionados de una serie geométrica, que están adaptados al sistema de números decimal. La relación se ve claramente observando la subdivisión logarítmica D y la escala de mantisas L correspondiente.

Frente a los valores uniformemente escalonados de las mantisas de la escala L se encuentran en la escala los números correspondientes. Los números normales son según DIN 323 valores redondeados de estos números.

De las escalas L y D resulta una escala NZ, si se suprime la escala D y se colocan los números normales en las divisiones correspondientes de la escala de mantisas simplificada.

Frente a las diez divisiones numeradas de la escala de mantisas superior se encuentran los números normales de la serie R 10. La subdivisión de la escala de mantisas en 20 partes iguales nos lleva a los números normales de la serie R 20.

20.2 Finalidad de la escala NZ

Como primera aplicación se tendrá en la escala NZ una ayuda para la memoria, de forma que siempre tendremos a mano los valores NZ más usuales. Además son prácticos para la construcción de cuadrículas o redes logarítmicas simples y dobles en papel cuadriculado normal para interpretaciones nomográficas. Como de la multiplicación o división de números normales resulta siempre otro número normal, se tendrá un cuadro tabular de números normales como tabla gráfica de cálculo.

La combinación de números normales y mantisas en una escala tiene la ventaja, que se simplifican enormemente los cálculos de estimación logarítmicos, ya que frente a los números normales se encuentran en la escala de mantisas logaritmos

sencillos, que se suman o restan fácilmente de memoria. Añadiendo las características (como en el cálculo con la tabla de logaritmos) se obtiene un resultado exacto en cuanto a la posición de la coma.

En muchos casos puede usarse también la escala NZ, si se redondea, p. ej. tomando para π el valor 3,15 o para $\gamma = 7,85$ el valor $\gamma = 8$.

Las mantisas correspondientes a los números normales se leen en la escala de mantisas que se encuentra sobre los números normales. Debe ponerse especial atención a la característica, ya que de ella depende principalmente la exactitud del cálculo.

En fórmulas más complicadas es conveniente apuntar los logaritmos al hacer su lectura, para poder repasar la adición. Números naturales menores que 1 (p. ej. 0,8) suelen expresarse mejor mediante logaritmos negativos, p. ej. $\lg 0,8 = -0,1$ en vez de $\lg 0,8 = 0,9 - 1$.

Las escalas L y D permiten un cálculo logarítmico más exacto ya que representan una tabla logarítmica de 3 cifras.

20.3 Escalas logarítmicas

Para representar escalas logarítmicas o cuadros se encuentran en la regla NZ escalas logarítmicas con longitudes de base de 150 mm, 100 mm, 50 mm y 25 mm. Las longitudes 125 mm y 250 mm pueden sacarse de la reglilla de la regla de cálculo.

20.4 Factores de conversión para unidades no métricas

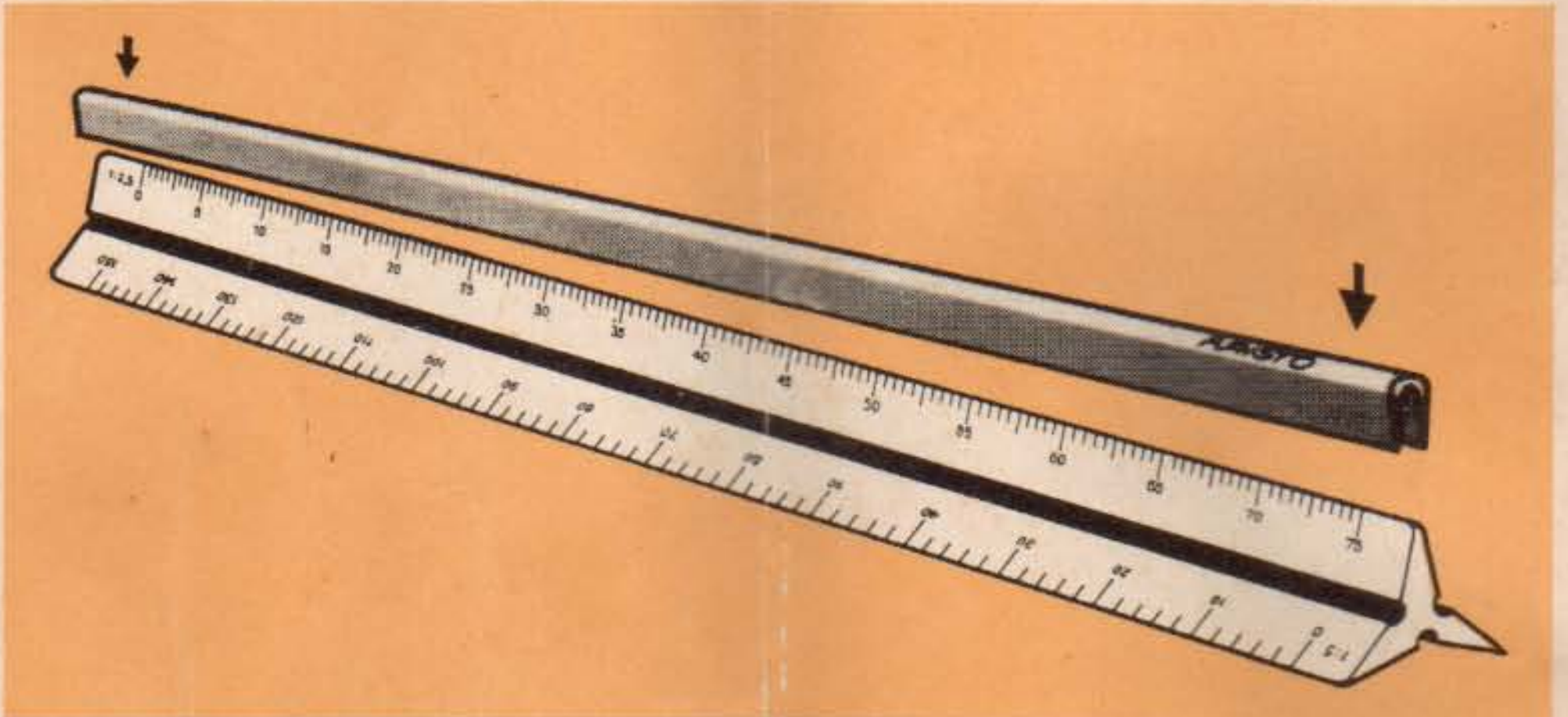
En el estudio de libros técnicos ingleses y americanos presentan dificultades las unidades no métricas, porque hay que buscar los factores de conversión. Este trabajo lo ahorran en gran parte las tablas de la regla NZ ya que contiene los principales factores de conversión. Como base sirvió principalmente el libro R. Stille «Messen und Rechnen in der Physik», editorial: Vieweg & Sohn.

ARISTO

Escalímetros triangulares ARISTO con asidero

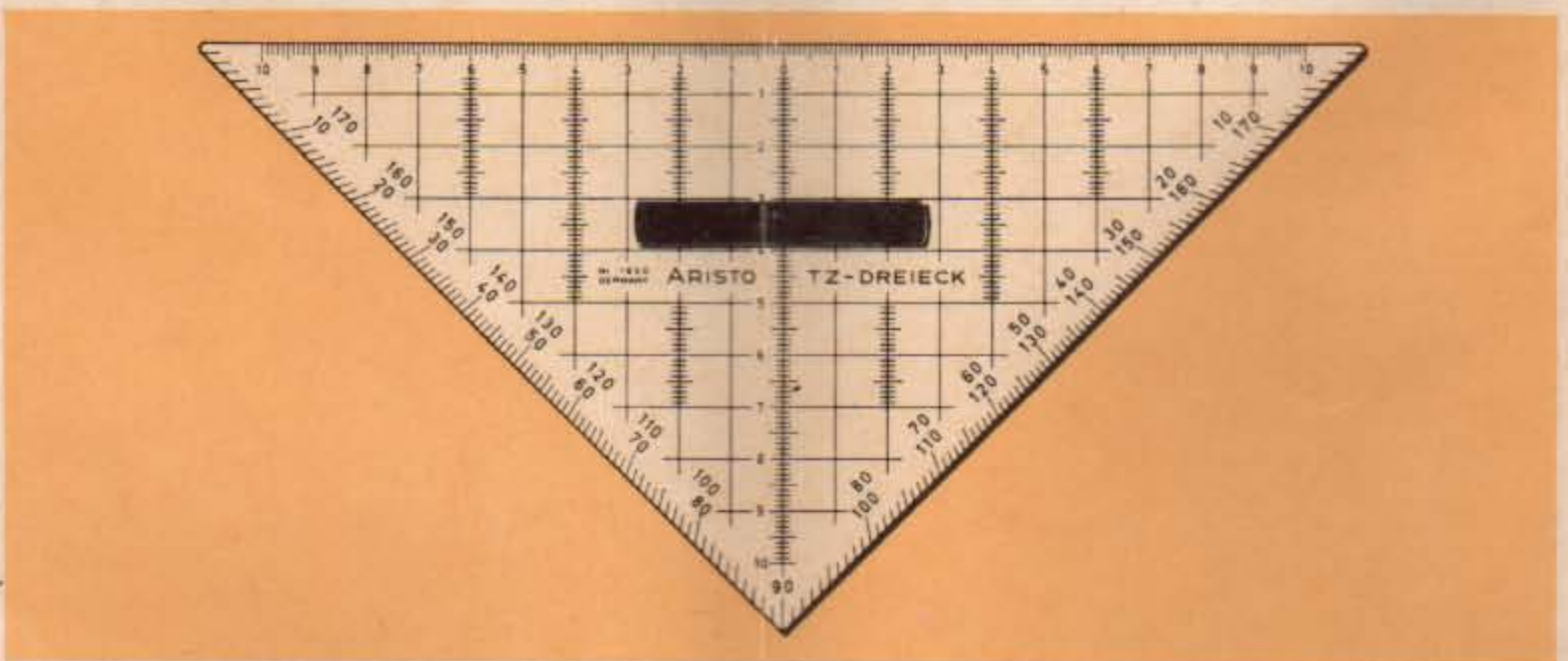
Hasta ahora y a pesar de todas sus ventajas las escalas triangulares presentaban una desventaja. Cuando se usaban se perdía mucho tiempo girando y dando vueltas hasta encontrar la división deseada. ARISTO ha resuelto este problema con éxito.

Sin sobreprecio alguno los escalímetros triangulares ARISTO reciben un asidero continuo, plegable y de dos colores, que con un solo vistazo permite reconocer la división deseada. La suave curvatura del borde superior del asidero, quita también el filo a la faceta superior cuya esquina se clava desagradablemente en la palma de la mano al trabajar.



Escuadra TZ ARISTO

Esta práctica escuadra para el dibujo, con sus inagotables posibilidades de aplicación se fabrica de ARISTOPAL irrompible, de estabilidad dimensional y transparente. Las divisiones en milímetros paralelas a la hipotenusa y la red de cuadraditos de 1 cm facilitan el rayado, el trazado de paralelas, figuras simétricas, ángulos rectos, así como el llevar y leer coordenadas rectangulares. La división de ángulos es suministrable en 360° o 400^g .



PROGRAMA DE PRODUCCION ARISTO

Reglas de cálculo • Reglas de cálculo circulares • Escalímetros
Instrumentos para dibujo • Planímetros

Instrumentos para el grabado por capas • Coordinatógrafos con mando manual y numérico

¡Pídanse catálogos especiales!

ARISTO-WERKE • DENNERT & PAPE KG
2 HAMBURG 50 • ALEMANIA